

رسالہ مساکین

جان ہنر صاحب کے انگریزی رسالہ مساکین کا

1967



NOT TO BE ISSUED

منشی محمد زکریا پروفیسر و ری کٹر لائبریری اینڈ لٹریچر

میں

میور کالج الہ آباد کا لکھا ہوا

تیسری دفعہ صحیح ہو کر

مطبوعہ سر قسوی دہلی ہسٹام حاجی محمد عزیز الدین مطبوعہ ہوا

بسم اللہ الرحمن الرحیم

فصل اول
مہید

(۱) علم مساحت وہ علم ہے جس میں خط و سطح و حجم کی پیمائش کا حساب یا اعداد میں کیا جائے

اس علم میں دو طرح سے پیمائش ایک مساحت سطح کا دوسرا مساحت جسم کا

اب ہم چند اصطلاحات اس علم کی بیان کرتے ہیں اور معنی اور مطلب پر طالب علم کو بل لگائیں
سمجھو کہ جو چیز تمہاری نظروں کے سامنے آتی ہے اس میں ضرورتاً پیمائش ہوتی ہے اور اس پیمائش کو یعنی پیمائش کو

عرض یعنی چوڑائی اور تیسرا سمک یعنی گہرائی یا اونچائی

جس جس چیز میں یہ تینوں پیمائش ہوتی ہیں اس کو اس علم کی اصطلاح میں جسم کہتے ہیں مثلاً دروازہ

سل اور صندوق میں سے ہر ایک جسم چوڑائی اور اونچائی اور گہرائی یا اونچائی کو یعنی طول اور عرض

اور سمک کو متبادلات کہتے ہیں اور ہر ایک کو جدا جدا متبادلات میں سے جو سمک ایک

کم ہو جائے مثلاً سمک رہی فقط طول اور عرض سے، تو جو جگہ طول اور عرض سے گہرے جیسے کہیت یا گہرائی

یا صحن مکان کا تو اس کا نام اس علم میں سطح رکھا گیا ہے اس سطح کی دو متبادلات یعنی طول اور

عرض میں سے ایک کم ہو جائے یعنی فقط طول یا چوڑائی تو اس کو خط کہتے ہیں اور جہاں یہ متبادلات ختم ہو اسے

نقطہ کہتے ہیں عرض خط فقط ایک متبادلات یعنی طول کہتے ہیں اور جو جگہ طول اور عرض یعنی دو متبادلات

سے گہرائی یا اونچائی سے سطح کہتے ہیں اور جو جگہ یہ متبادلات یعنی طول اور عرض اور سمک سے گہرائی ہے

اوسے جسم کہتے ہیں

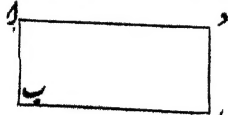
اکثر طالب علم ابتدائے ان اصطلاحوں کے مطلب سمجھنے میں بہتر ہیں وہ اس طرح باقی سمجھ کر ہیں
کہ صندوق کو دیکھیں کہ جس میں ابتدا ثلاثہ طول و عرض و عمک پائے جاتے ہیں اسکو وہ جسم ہوا و چھتر
ہوا و صندوق کو سب اطراف کی گہرے ہوئے ہوا و اس میں دل نہیں ہوا و فقط طول و عرض

ہی ہوا وہ سطح ہے یعنی جسم سطح ہے گہرا ہے اور اسکی اطراف میں سطح ہیں

اب اس سطح کو دیکھو کہ وہ طول و عرض سے گہری ہوا و اس میں فقط ایک ابتدا یعنی اندر یا پورے
کا نام خط ہوا و جہاں پہنچے ختم ہو وہاں نقطہ ہوا و اب اس خط و سطح وغیرہ کی تصویر بنانیکا اور نقش کشینکا

طریقہ بتلایا جاتا ہے

(۲) شکل ذیل سطح ہے کہ وہ خطوط گہری، اور اس میں دل نہیں ہوا و خطوط میں طول ہے عرض



اور دل نہیں

خط سطح کے عرض کو تعبیر کر سکتا ہے کہ وہ خود عرض نہیں رکھتا ہے
دو نقطوں کے درمیان جو سب سے چھوٹا خط ہوا و اسکو خط مستقیم کہتے ہیں جیسا اب یا اب او و او و او و او



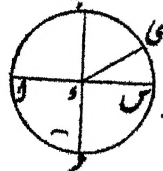
(۳) خط خمی مثلاً اس وہ ہر جگہ کا کوئی حصہ خط مستقیم نہ ہو

خطو خمی میں سب سے زیادہ مشہور دائرہ کا محیط ہے

اس دائرہ کے بنانے کی دو ترکیبیں ہیں ایک تو سب جانتے ہیں کہ وہ ہر گار سے کہتا ہے خط
ہر گاری اسکا نام ہی ہے دوسری ترکیب اسکی کہنوی کی ہے کہ ایک دائرے کے سر کو ایک نقطہ پر
مضبوط باندھ کر دوسرے سر کو چکرایا دین کہ جہاں سے وہ متحرک ہو وہیں نشان کرنا ہوا پھر آجائے

تو اس طرح دائرہ بن جائیگا

اس نقطہ کو جو چھپیں، مرکز کہتے ہیں اور وہ خط جو کہنچا ہوا و دائرہ کو محدود کرتا ہے محیط کہلاتا ہے

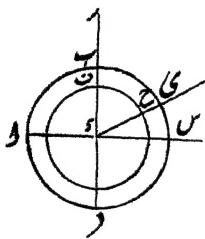


اس شکل میں اب سی اس دائرہ کا محیط ہوا و اسکا مرکز ہے اس

مرکز سے جتنے خطوط آئے اور اب اور سی محیط تک پہنچے جائیں

نصف قطر کہلاتے ہیں اور اوپر سے جو دو ایک سیدہ میں مقابل ایک دوسرے ہوں ہم مرکز ہوں
مذہب اور محیط ہر بھی ہوں جیسے اس میں رب دو نقطہ قطر دائرہ ہوتی ہر جہاں قطر دائرہ کو دو برابر

حصوں میں تقسیم کرنا ہے اور ان حصوں میں سے ہر ایک حصہ کو نصف دائرہ کہتے ہیں
(۴) محیط کے کسی حصہ مثلاً اب یا ب ہی کو قوس دائرہ کہتے ہیں قوس انہی کل محیط سے جو نسبت کرتی ہے
اوس کو مقیاس اوس کدگی کا کہتے ہیں جو درمیان اون دو نقطہ مستقیم کو واقع ہو کہ مرکز اوس قوس
طرفوں میں ملا جاوےں مثلاً شکل ۱ میں دو دائرہ متحدہ مرکز ہیں یعنی اونکا ایک ہی مرکز ہے اور اس
کا نصف قطر ڈا ہے اوس میں قوس ب سی محیط کا چہٹا حصہ فرض کرو تو ظاہر ہے کہ جس دائرہ



کا نصف قطر ڈا ہے اوس کو محیط کا چہٹا حصہ قوس مستقیم ہر

پس ب و ا و ر و سی کی کدگی کا مقیاس علی العموم

ہر محیط کا چہٹا حصہ ہر طریقہ اوس کا مرکز ہو

ایک نقطہ سے دو خط مستقیم پھیلتے ہوئے جہاں

یا ایک نقطہ کی طرف ملتے ہوئے آئیں اؤ کو درمیان جو کشا دی ہوتی ہے اوس کا نام زاویہ ہے

اسے ظاہر ہے کہ زاویہ موقوف خطوط مستقیم کی طو لوں پر نہیں ہے بلکہ وہ اون سمتوں پر موقوف ہے

جہاں خطوط کشا دہ ہوتے ہیں

دو نصف قطروں کے

درمیان جو کشا دی ہو اوس کو زاویہ کہہ سکتے ہیں مگر ان قطروں کے طول کو کچھ علاقہ زاویہ مقیاس

نہیں ہے مثلاً زاوئے ب سی اوری اس وہی دو زاوئے نقطہ دہر میں جو دو زاوئے دہی

اور ح دس ہیں

اور زاوئے شکل مذکور میں ا و ر ا و سی اور د و غیرہ بنے ہوئے ہیں

زاویہ کے کہنے اور پڑہنے کا بہترین طریق ہے کہ ایک حرف تو زاویہ کی اس یعنی سر پر لکھ دیں

اور ایک ایک حرف اوس کے ایک ایک ضلع پر مرقوم کریں

اور پھر میں اس طرح کہ سسر پر جو حرف لکھا ہو وہ مجھ میں آوے گا مفصل حال فرقہ ۱۲ میں آگیا
اب ہم اس بات کو غوطہ میں سمجھاتے ہیں کہ فوس میں ایسی کیا خاصیت ہے کہ جس کے سبب سے
وہ زاویہ کے مقیاس بنی ہے

فرض کرو کہ ایک پرکار کی دو سافین بے اور دومی میں اور وہ سمت بے پر منطبق ہیں اب
بے تو اپنے مقام پر قائم رہے اور دومی اپنی جگہ سے حرکت کرے اور اس جگہ پہنچے
جہاں شکل میں قسم ہے تو نقطہ سی مقام بے سے ہی تک ایک فوس میں حرکت کر لیا اور
جتنی دیر میں یہ حرکت کر کے بے سے ہی پر آویگا اوستی دیر میں نقطہ سی ایک فوس میں
حرکت کر کے مقام ق سے ج پر پہنچے گا

پس معلوم ہوا کہ فوس بے اور فوس ق سے اپنے اپنے محیط کے مساوی جھوٹنا سبب ہیں
یعنی ہر فوس کو نسبت اپنے محیط سے ایک ہی ہے اس خاصیت کے سبب سے فوس کشادگی یعنی
زاویہ سی بے کی مقیاس بنی ہے

(۵) دائرہ کے محیط کو ۳۶۰ برابر فوسوں میں تقسیم کیا ہے

اور ہر ایک فوس کا نام درجہ رکھا ہے اور ان درجوں ہی سے زاویہ بنتا ہے یعنی ہر درجہ کا
مقیاس زاویہ کا ہے اگر ایک زاویہ کے راس کے گرد دائرہ کھینچا جائے اور اس کے ضلع کے
درمیان محیط کا چٹا حصہ سماؤ تو اس زاویہ کو ۹۰ درجہ کا کہیں گے

پس جب ہم کہا کرتے ہیں کہ ایک خط مستقیم دوسرے کے ساتھ ۹۰ درجہ میلان رکھتا ہے
تو اس کے بھی معنی ہوتے ہیں کہ جس نقطہ پر وہ دونوں خط ملتے ہیں اسے مرکز دائرہ کا مقرر
کر کے کیسا ہی چھوٹا یا بڑا دائرہ اوں خط کو قطع کرتا ہو کہیں ہیں تو ان خطوں کے درمیان محیط
کے تین سو ساٹھویں جھوٹنا لیس آئینگے یعنی محیط کا ایک اٹھواں حصہ

اب ان درجوں کی تقسیم بقیہ تقسیم دقیقوں اور ثانیوں میں بھی ہوئی ہے
ایک درجہ میں ۶۰ دقیقے اور دقیقہ میں ۶۰ ثانیے ہوتے ہیں

اور مختصراً انکو اس طرح لکھتے ہیں ۴۸° ۱۷° ۳۳° اٹھتالیس درجہ چودہ دقیقہ تین ثانیہ
یعنی درجہ پر علامت ۴۸ اور دقیقہ پر ۱۷ اور ثانیہ پر ۳۳ بائیں طرف اوپر کو لکھتے ہیں
(۴) جب ایک خط مستقیم ایک خط مستقیم پر زاویہ ۹۰° کا بناوے جبکہ زاویہ ۹۰° یا
بہر اس شکل گزشتہ میں ہے تو ایسے زاویہ کو زاویہ قائمہ کہتے ہیں ایک طرف اس کی سمت
ارتقاء اور دوسری طرف سمت افق بتلاتی ہے اور ہر ایک خط کو ایک دوسرے پر عمود کہتے ہیں
یہ ظاہر ہے کہ جب ایک خط مستقیم ۹۰° سے دوسرے خط مستقیم ۹۰° پر ملے تو ان میں منسل کے زاویہ
برابر بناتا ہے تو ہر ایک وین ہر زاویہ قائمہ ہوتا ہے نیز زاویہ قائمہ کی تعریف اس طرح ہو سکتی ہے
کہ وہ اون دو برابر زاویوں میں سے ایک زاویہ ہوتا ہو جو ایک خط مستقیم دوسرے خط مستقیم پر منسل کے
پہلوؤں میں بناتا ہے اس تعریف میں احتیاج تقسیم دایرہ کی نہیں ہوتی
زاویہ جس کے سامنے قوس ۹۰° سے کم ہو یعنی قائمہ سے بڑھا ہو اسے زاویہ حادہ کہتے ہیں زاویہ
جس کے سامنے قوس ۹۰° سے بڑھی ہو یعنی قائمہ سے بڑھا ہو اسے زاویہ منفرجہ کہتے ہیں
زاویوں کے مساوات کا بیان منوجب ہم کہتے ہیں کہ زاویہ ۹۰° برابر ہے زاویہ ۹۰° کے تو اسے
یہ مطلب ہوتا ہے کہ اگر نقطہ A کو نقطہ B پر اور زاویہ A کے ایک ضلع کو زاویہ B کے ایک ضلع پر
چسپاں کریں تو دوسرا ضلع زاویہ A کا زاویہ B کے دوسرے ضلع پر منطبق ہو جائے
(۵) اب ہم سطح مستقیمہ الاضلاع کا بیان کرتے ہیں
اوپر کی طرح کی طرف ہر خط مستقیم خاص زاویہ بنانا ہو تو ہم کہتے ہیں
سطح مستوی مراد وہ سطح ہے کہ جس پر اگر دو نقطے لیں تو خط مستقیم ملاوین تو وہ خط مستقیم اس کے
اندر بالکل واقع ہو کوئی جزو سطح سے باہر نہ نکلیا وے
اگرچہ ہم نے یہ بیان کیا ہے کہ دایرہ میں ایک خط منحنی ہو گا مگر جاتی ہو گا یہ دایرہ میں ہے
کہ سطح مستقیمہ الاضلاع یعنی اسی سطح کو خط مستقیم نے احاطہ کیا ہو تو میں ضلعوں سے کم ہیں
نہیں گہر سکتی

(۸) جن شکلوں کے جن ضلع ہوتے ہیں ان کو مثلث کہتی ہیں وہ بلحاظ اضلاع کے تین طرح کے اور
بہتر بار بار دیوں گے یہی تین قسم کے ہوتے ہیں

مثلث متساوی الاضلاع وہ مثلث ہو جس کے تینوں ضلعے آپس میں برابر ہوں اور مثلث
ساوا الضلعی



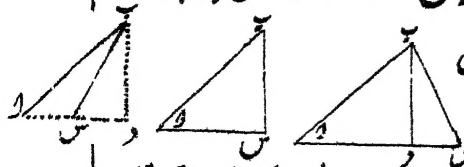
مثلث متساوی الساقین وہ مثلث ہو جس کے دو ضلعے آپس میں برابر ہوں اور مثلث متساوی الساقین
مثلث مختلف الاضلاع جس کے سب سے غیر مساوی ہوں اور مثلث مختلف الاضلاع ہے



مثلث قائم الزاویہ وہ مثلث ہو جس کا ایک زاویہ قائم ہو اور مثلث قائم الزاویہ ہے
مثلث منفرج الزاویہ وہ مثلث ہے جس کا ایک زاویہ منفرج ہو
مئی مثلث منفرج الزاویہ ہے

مثلث حادہ الزاویہ وہ مثلث ہے جس کے سب سے زاویے حادہ ہوں اور
مثلث حادہ الزاویہ ہے

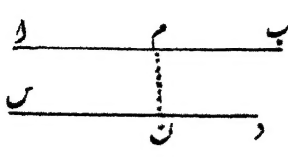
(۱) مثلث کے ہر ضلع کو قاعدہ مقرر کر سکتے ہیں لیکن اکثر قاعدہ اسی ضلع کو مقرر کرتے ہیں
جو نیچے دو ضلعوں کے سمت انہی میں واقع ہوتا ہے اور جو قاعدہ کے مقابل زاویہ ہوتا ہو اسے
زاویہ راس کہتے ہیں اور فاصلہ عمودی جو درمیان قاعدہ اور زاویہ راس کے ہوتا ہو اسے



ارتفاع یا بلندی مثلث کی کہتے ہیں ان تینوں
شکلوں میں مثلث ب د س کا قاعدہ د س ہو

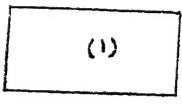
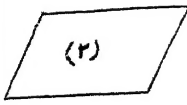
اور ب س زاویہ راس ہے اول شکل میں ارتفاع ب د ہو اور وہ مثلث کے اندر واقع ہوتا ہے
اور دوسری شکل میں ارتفاع ب س ہو اور وہ ایک ضلع مثلث کا ہو اور تیسری شکل میں ارتفاع
ب د ہے اور مثلث سے باہر واقع ہوتا ہے

(۱۰) ابھی چھ بیان کیا ہے کہ زاویہ قائمہ، متساوی الساقین اور متساوی الساقین کے ساتھ ایک نقطہ پر کھینچیں لیکن جب دو خطوط مستقیم ایک دوسرے کے ساتھ متساویانہ طور پر ایک نقطہ پر کھینچیں اور ایک دوسری ہمیشہ علیحدہ رہیں اور کبھی آپس میں نہیں ملتی تو ایسے خطوط کو متوازی کہتے ہیں جیسے



اب اور س دہیں کہ وہ کبھی آپس میں نہ ملے

نہیں ملتے اور ہمیشہ انہیں عمودی قاعدہ من کیساں برابر (۱۱) چار ضلع کی شکل کے دو دو مقابل کے ضلع متوازی ہوں اور متوازی الاضلاع کہتے ہیں



مقابل کے ضلع متوازی الاضلاع کے جیسے

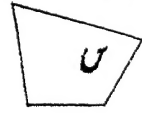
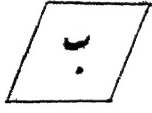
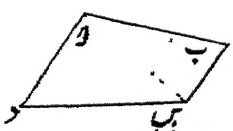
متوازی ہوں یہی متساوی ہوں دو شکل کو شبیہ المربع کہتے ہیں اور دو ضلعوں کے درمیان زاویہ قائمہ نہیں ہے اور پہلی شکل



مستطیل کہتے ہیں اور دو ضلعوں کے درمیان زاویہ قائمہ ہے اور طول برابر عرض ہے

مربع وہ شکل ہے جس کے چار ضلع آپس میں برابر ہوں اور وہ مربع ہے

معین بھی ایک ایسی شبیہ المربع ہے جس کے چاروں ضلع آپس میں برابر ہوں شکل ب معین ہے



متوازی الاضلاع کی شکل ہے کہ جس میں ضلع متوازی ہوں جیسے شکل س

اگر چار ضلع کی شکل ہو اور صرف اس کے دو ضلع متوازی ہوں اور دو متوازی ہوں تو اسے

ذوزنقہ کہتے ہیں یہ شکل ذوزنقہ ہے

جس کے ضلع اب اور س د متوازی ہیں لیکن باس اور د متوازی نہیں ہیں

سب چار ضلع کی شکلوں کو ذوالربعہ الاضلاع کہتے ہیں اور وہ دو مثلثوں میں اس طرح تقسیم ہو

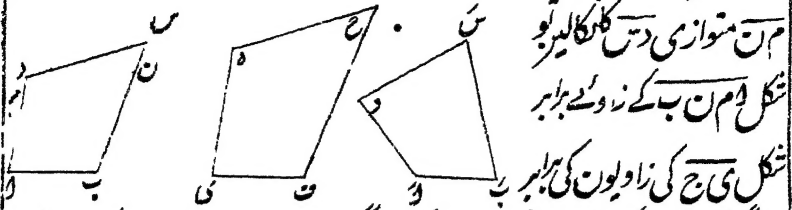
ہیں کہ ان کے مقابل کے دو کونوں میں خط مستقیم ملائیں اگر یہ خط اس شکل کے دو برابر حصے کر دے

تو اس کو قطر کہتے اور اگر برابر حصے نہ کرے تو اسے وتر کہتے ہیں
 (۱۲) اب یہاں یہ بیان کرتے ہیں کہ کس طرح زاوئے اور شکلوں کے نام حروف میں بیان کیے جاتے
 ہیں اس بتلانہ میں تنگیں وہی رہیں گی جو اوپر مذکور ہوئیں
 زاویہ کو کیا تو صرف ایک حرف سے بیان کرتے ہیں جیسے زاویہ آ یا زاویہ د یا تین حروف سے
 اس طرح کہ جو حرف سے بڑا زاویہ لکھا ہوا ہو وہ یح میں آوی اور ایک حرف اد ہر او د ہر جیسا کہ
 زاویہ ابس یا زاویہ بس د یا یہ دوسرے ترکیب بیان کرنے کے وہاں کام آتی ہے جہاں ایک
 نقطہ پر کئی زاویے جمع ہوں جیسے کہ صورت نقطہ س پر پور ہی ہو اگر صرف زاویہ س صرف
 ایک حرف میں بیان کیا جاتا تو یہ نہیں مفہوم ہو گا کہ آیا اسے مراد زاویہ بس یا زاویہ
 اس د یا بس د ہے

ہر شکل لمجاظ اضلاع کے طرح بیان کی جاتی ہے کہ حروف کو جو بالترتیب شکل کے گرد آتے
 جائیں پڑھیں جائیں جیسا کہ ابس اور بس د وغیرہ اور حرف وہاں کہتے ہیں جن اضلاع
 ہو کر نقطے پیدا کرتے ہیں اور لمجاظ قریب یا سطح کے ہی اس طرح بیان ہوتی ہو کر فرق انسانی کہ اوپر
 حروف کے ساتھ شکل کا نام لگا دیا جاتا ہے

جیسے ذوالربعہ الاضلاع ابس د یا مثلث اس د وغیرہ ذوالربعہ الاضلاع کو کبھی خصاراً او
 د و حروف سے بھی لکھ پڑھتے ہیں جو مقابل کے دو زاویوں پر لکھے ہوئے ہوں ہیں جس کو کہ شکل ب د
 مگر خصار کو وہاں کام میں نہ لائیں جہاں ترتیب پیدا ہو یعنی اوں نقطوں کے درمیان ترجیح ہو
 (۱۳) دو مستقیمہ الاضلاع میں جنکے ضلعوں کی تعداد برابر اور ایک کے ضلعوں میں وہی نسبت ہو جو دوسرے
 کے ضلعوں میں نسبت ہو اور زاوئے اضلاع نظیرہ کے درمیان برابر ہوں تو ایسی کھن کو متشابہ کہتے ہیں مثلاً اگر
 ذوالربعہ الاضلاع اس اور یح میں زاوئے آ اور ب اور س اور د برابر زاویوں
 ی اور ق اور ج اور دہ کی ہوں موافق اپنی اپنی نظیر کی اور اضلاع اب اور بس اور س اور د اور
 د اور تین جو تہائی اضلاع ی اور ق اور ج وغیرہ کی ہوں یعنی اگر پہلے اضلاع ۸ ۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ہوں

تو دوسری شکل کے ضلع ۲۴ و ۳۰ و ۳۶ و ۲۸ ہوں تو اس اور سی ج کو سطح متشابهہ کہیں گے اگر



م ہ متوازی دس کلکالیر تو

شکل م ن ب کے زاوے برابر

شکل سی ج کی زاویوں کی برابر

ہونگے مگر ضلع او کے مناسب اضلاع سی ج کی ہونگے اسلئے وہ متشابهہ سی ج کے نہونگے

اگر شکل ا ب س د کے ضلع متشابهہ شکل اس کے اضلاع کے ہوں مگر زاوے او کے برابر شکل

اس کے زاویوں کی ہوں تو ہی ا ب س د متشابهہ سی ج کے نہونگے

لیکن اگر مثلث کے تینوں ضلع متناسب دوسرے مثلث کے تینوں ضلعوں کی ہوں تو ضرور

دونوں مثلث متشابهہ ہونگے

مثلاً ایک مثلث کے زاوے ہی برابر دوسرے مثلث کے زاویوں کی ہونگے اور عکس بھی صحیح ہے

(۱۴) ایک مثلث کے قاعدہ کے جو خطوط متوازی ایک ضلع سے دوسرے ضلع تک پہنچے جاویں

تو وہ اضلاع مثلث کو ایک نسبت پر قطع کریں گے

اور ہر خط ایک مثلث کل مثلث کا متشابهہ قطع کر لگا مثلاً خطوط دی اور ق ج متوازی اس کے ہوں

تو اضلاع ا ب اور ب س ایک نسبت پر قطع ہونگے

اس طرح کہ اگر ا د برابر ق د کی ہو تو س ی برابر ی ج

کے ہوگا اور اگر ق د دو چند ب سے ہو تو ی ج دو چند ج ب سے ہوگا

اور مثلث ب د س اور ب ق ج اور ب دی آپس میں متشابهہ ہوں اور ب د : اس :: ب د : دی وغیرہ

فصل دوم ہندسہ علمی

(۱) طول کی پیمائش ہندوستانی اور انگریزی پیمانوں سے ہوتی ہے پہلو تو دسی پیمائش پر مبنی

مگر اب وہ متروک ہوتے جاتے ہیں اور ان کی جگہ انگریزی پیمائش پر مبنی رواج باقی خانی ہیں اسلئے ہم دو خط

کے پیمانوں کا حال بیان کرتے ہیں بعض پیمانہ نو اونٹ سے عموماً طول ان پیمانہ کے کام میں آتے ہیں بعض

اونہیں سے مخصوص میں کے ساتھ ہیں یہ بھی لکھتے ہیں کہ ہندوستانی اور انگریزی جانوں میں بہت نسبت

عام انگریزی پیمانے

۳ جو = ایک انچہ اور ۳۳ انچہ = افٹ اور ۳ فیٹ = گز اور ۴ گز = اردو باول یا پیرچ
اور ۳۳ پول = افرنگ اور ۴۰ گز = میل

عام دیسی پیمانے

۸ جو = انگشت اور ۳ انگشت = اگرہ اور ۴ گرہ = ماتہ اور ۲ ماتہ = گز اور ۲۴ گز = گز
انگشت اور انچہ کی جو بیاہش جو سے ہوتی ہے اس میں فرق یہ ہے کہ انچہ تو براترین کے جو ہے تاہم
کہ وہ کھڑی نوک سے نوک ملا کر جو چادین اور انگشت ۸ جو کی برابر ہو تاہم یہ پیرچ پیٹ ملا کر ہر
خاص انگریزی پیمانے جو میں کے پانچ کے لئے ہیں

۴۶۲ انچہ = ایک کڑی اور ۱۰۰ کڑی یا ۴۶۲ فیٹ یا ۱۴۷ پول = ایک جریب اور اجریب
یا ۱۰۰۰ کڑی = افرنگ

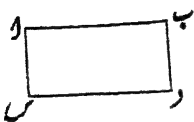
خاص دیسی پیمانے جو میں کے پانچ کے لئے ہیں

۳ گز ہندوستانی = ایک گٹھہ اور ۲۰ گٹھہ یا ۶۰ ہندوستانی گز = اجریب - انگریزی گز
۳۴ انچہ کا اور ہندوستانی گز ۳۳ انچہ کا ہوتا ہے

عرض ۳۳ انچہ انگریزی گز ہندوستانی گز سے بڑا ہوتا ہے اور ۳۳ انچہ کا گیارہ گنا ہندوستانی گز
اور ۳۳ انچہ کا بارہ گنا انگریزی گز ہوتا ہے پس ان دونوں گزوں میں نسبت ۱۱ کی ہے اگر انگریزی گزوں
کے ہندوستانی گز بنائے ہوں تو انکو ۱۱ میں ضربے بجاؤ اور اگر ہندوستانی گزوں کے انگریزی
گز بنائے ہوں تو ۱۱ میں ضربے مگر اب سب پرانے گز کہاں سے انگریزی گز کی جگہ کام میں آئے
اور جریب ہندوستانی ۶۰ ہندوستانی گز کی ہو اسکو وہ برابرہ انگریزی گز کی ہوگی خط
جو کچھ ہوا ہے ٹھیک ایک انچہ او سکاٹوں ہے اس خط کا طول

بارہ گنا کیسے کریم فٹ بنا سکتے ہیں اور ۴ گنا طول بنا کر ایک گز اب اگر یہ خط کچھ جائیں

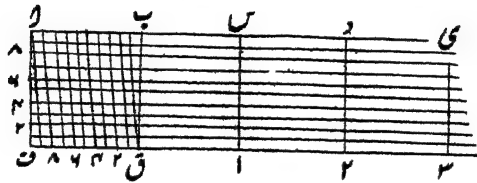
کہ حقیقتاً او کا طول برابر اصل جزوین کے طول کے ہو گا کہان ہو سکتا ہے اس لئے یہ جوڑے جوڑے
خطوط ایسے کھینچ لیتے ہیں کہ جنہیں نسبت وہی ہوتی ہے جو اون اصل شکلوں کے متبادل میں ہوتی
غرض اس طرح ایک شکل متشابه اصل شکل کے کاغذ پر بنالیتے ہیں مثلاً شکل ذیل ایک کہیت کو تغیر
کرنے ہوا اور اس کا طول ۱۰۰ گز اور عرض ۵۰ گز ہو تو اب ایک خط کسی طول کا جیسا مناسب ہو



کھینچیں اور اس کا طول نصف اب و بنائیں

تاکہ یہ شکل متشابه کہیت کے ہو جاوے

(۲) پس خطوط کو صحیح صحیح بتوں پر کھینچنے کے لئے ایک لہ نہایا ہے اور اس کا نام اسکیل ہے
مگر وزمرہ کی بول چال میں فقط اس کا نام بیان ہو گیا ہے



وہ پتیل یا لکڑی یا ہڈی کا ایک خفاف ٹکڑا ہوتا ہے اس کی بنیائی ترکیب یہ ہے کہ سطح پر خط واسی کھینچو
اور اس کو برابر حصوں اب اور بس اور س دو وغیرہ میں تقسیم کرو

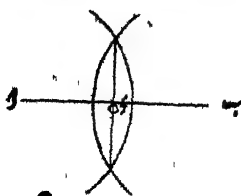
اس کے دس خط متوازی برابر فاصلہ پر نکالو اور نقاط اب اور ب اور س وغیرہ سے عمود خطوط
متوازیہ کو قطع کرنی ہو کھینچو اور خطوط اب اور ب اور ق کو دس برابر حصوں میں تقسیم کرو اگر ان نقاط
تقسیم عمود نکالو تو جوڑے جوڑے متوازی الاضلاع بنیں تین تین ہم مطران متوازی الاضلاع بنیں
کھینچے ہیں پس اب یہ بیانہ سب طرح سے تیار ہو گیا

اگر آ سے ق تک ۱۰ کو بغیر کرے تو ق سے ۲ تک ۱۰ کو اور ۲۰ تک ۱۰ اور ۲۰ کے القیاس سے
اور ق سے ۳ تک ۱۰ ہے تو ق سے ۴ تک چار دسویں ہونگے یعنی ۲۰ اور ق سے ۵ تک ۱۰
اور ۳ سے ۴ تک ۱۰ ہونگے

اور اگر مکمل طول ۳۶۴ حاصل کرنا ہو تو ہم خط \overline{AB} پر نیچے کی طرف اکائیاں پڑھیں اور پھر کاکی الی
 ساق کی سرکواؤں نقطہ پر کہیں جہاں چپٹا قطر جو نہی خط افقی کو قطع کرتا ہے اور دوسری
 ساق کی سرکواؤں نقطہ پر کہیں میں ان دونوں ساقوں کے درمیان فاصلہ ۳۶۴ ہوگا
 اور اگر آ سے ق تک ۱۰ بجائے آ کی تعبیر ہوں تو آ سے ۸ تک ۱۸ اور ۲ سے ۸ تک ۲۰ وغیرہ
 تعبیر ہوں گے اور نیچے کے خطوط متوازیہ سے دسویں حصے اکائیوں کی تعبیر ہوں گے
 اور اس طرح اگر آ سے ق تک ۱۰۰۰ کی تعبیر ہوں تو ق سے ۲ تک دوسویں ۱۰۰۰ کے یعنی ۱۰۰۰
 تعبیر ہوں گے اور نیچے کے خطوط متوازیہ سے دہائیوں کی تعبیر ہوں گے
 حاصل ہر پڑے طول اور عرض اس کیلئے سہانی کی تعبیر ہو کہ کاغذ پر بنا جائے پھر یوں وغیرہ کی
 بیانیہ میں بہ بیانہ ۱۰ انجہ لیا اور ایک انجہ چڑھا ہوتا ہے اور اس بیانہ میں ہر ایک دس
 دس حصوں میں تقسیم ہوتا ہے اگر بیانہ کے ایک انچ ایک جریب تعبیر کریں تو انجہ کا دسواں
 حصہ دو گٹھ کو تعبیر کریگا اور اگر دو جریب کو تعبیر کرے تو اس کا دسواں حصہ ۴ گٹھ کو تعبیر کریگا
 اور علیٰ ہذا القیاس

اب ہم چند سوالات علم ہندسہ علمی لکھتے ہیں جن کیلئے مہر کا کام آتی ہے
 (۳) ایک خط مستقیم معلوم کی تضعیف کرو یعنی دو برابر حصے کرو

فرض کرو کہ خط \overline{AB} معلوم ہے اور مطلوب یہ ہے کہ نقطہ وسط اس کا دریا کریں پہلے ہم لکھ
 آئے ہیں کہ دائرہ ہر کار سے جہاں چپٹا ہے پس ہر کار کے ایک ساق کو نقطہ \overline{AB} پر قائم کرو اور
 دوسری ساق سے ایک ایسے نصف خط سے ذرا بڑے نصف قطر پر کچھ اور اس طرح پھر
 ہر کار کی ایک ساق کو نقطہ \overline{AB} پر قائم کر کے پہلے ہی نصف قطر کے برابر نصف قطر لیکر دائرہ
 کچھ چھو پڑا دیرہ کو دونوں طرف \overline{AB} کی قطع کرے
 پس خط مستقیم ان نقطوں میں ملا لیا خط \overline{AB} کو
 نقطہ \overline{AB} پر تضعیف کر دیگا



سوال ۳۲ مشق

(۱) دو مکاتون کی بنیادیں ۱۹۴۰ اور ۱۹۵۱ فیٹ ہیں دو خط کمپو جوان لہندو کو تے غیر کر
اور اُن کے تے صیف بھی موافق ہندسہ علی کے کرو

(۲) ع اور ق اور ر اور ص چار مکان ایک خط منقسم میں ہیں اور ع اور ق ایک
نہ ۲۰ گز اور ق سے ص تک ۳۵ گز اور ر عین درمیان میں ع اور ص کے ہے
پس ایک خط کھینچو ان فاصلوں کو تعبیر کرے اور ر کا مقام عمل ہندسی سے دریافت کرو
(۳) ایک خط معلوم ہر ایک نقط معلوم سے جو اسکے اندر ہے عمود قائم کرو

فرض کرو کہ اب ہر نقطہ سے عمود نکالنا منظور ہے اور سب میں سے س م
اور س ن برابر حصے قطع کرو اور م کے مرکز پر س م سے بڑا کوئی نصف قطر لکھا جائے
کہنچو اور سطح ن کے مرکز پر اسی نصف قطر پر ایک قوس کھینچو جو پہلی قوس کو نقطہ ہر
قطع کرے پس س د کہنچو بھی ہو مطلوب ہوگا
اور جب نقطہ معلوم طرف خط ہو یا نزدیک

طرف خط کے ہو تو عمود ترکیب مذکور بعد اسانی سے کچھ جاویگا اگر خط مستقیم کو ٹرائین اور اگر نہ ٹرائین تو اس ترکیب عمود کچھ کہ ایک نقطہ کسی مناسب مقام پر مقرر کرو اور اس کو مرکز مقرر کر کے اس کے بعد ہر ایک قوس کچھ جواب کوئی اور اس کے نقطوں پر قطع کرے اور نقطہ دہری دو قوس کے نقطہ دہریہ کچھ اور اس دلائل پس ہی عمود مطلوب ہوگا

مَشَقِّق کے سوالات

(۱) ایک خط تقسیم افقی اب ۴۳۳ گز کا کہنچو اور ایک نقطہ سے ۵۰۰ فٹ پر نقطہ ۱ مقرر کرو اور ایک عمود ۱۲۵ گز لمبا نقطہ سے قائم کرو

(۲) ایک مثلاً قائم الزاویہ بناؤ جس کے اضلاع نامیہ فامینہ کے گرد ۲۴ اور ۳۴ ہوں

(۵) ایک نقطہ معلوم بیرونی سے عمود ایک خط معلوم پر کھینچو
فرض کرو کہ نقطہ س سے اب پر عمود نکالنا منظور ہے مرکز آ اور نصف
قطر اس پر اب کی ضخیم خط ایک فوس کھینچو اور مرکز ب اور نصف
قطر ب س پر یہی ایک فوس کھینچو
پہلی فوس کو قطع کرے پس جو خط نقطہ تقاطع اور س میں ملے گا وہ س کو عمود اب پر بناویگا

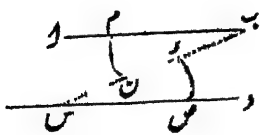
سوالات مشق

(۱) ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ جس کے ضلع جو ایک دوسرے پر عمود ہیں ۴۰ و ۳۸۰ کڑی ہوں
اور مثلث قائم الزاویہ کی راس سے ایک عمود مقابل کے ضلع پر نکالو
(۲) زاویہ منفرجہ اب س ۱۳۵ درجہ کا بناؤ اور اب کو بقدر ۲۵۲ کی اور ب س کو بقدر ۲۰۰ کی بناؤ اور
نقطہ س سے عمود اب پر بغیر ب س کے خارج کریں گے اور نقطہ آ سے ب س پر عمود نکالو اور
ان دونوں کو خارج کرو جب تک کہ وہ آپس میں ملیں

(۶) ایک خط مستقیم معلوم کا متوازی ایک خط مستقیم نقطہ معلوم سے نکالو

فرض کرو کہ خط اب کا نقطہ س سے متوازی نکالنا منظور ہے

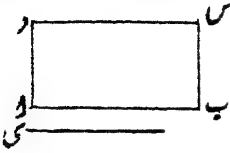
اب کی طرف ب سے جو زیادہ دور س سے ہے خط مستقیم ب س کھینچو اور نقطہ ب کو مرکز اور
نصف قطر ب م پر ایک فوس م تان زاویہ اب س کے محاذی کھینچو اور مرکز س پر اور نصف
س و ب پر جو برابر پہلی نصف قطر ب م کی ہو ایک
فوس ص برابر فوس ب م کی کھینچو اور
ص میں خط لا کر کھینچو وہ متوازی اب کا ہوگا



سوالات مشق

(۱) ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ جس کے ضلع جو عمود ایک دوسرے پر ہیں ۳۴ اور ۲۳۴
ہوں اور زاویہ قائمہ کی راس سے ایک خط متوازی تیسرے ضلع کا کھینچو۔

(۲) ایک زاویہ چادہ اب س کا ۵۴ کے قریب بناؤ اور اب کو ۱۱ اور بس کو ۴۴ بناؤ
اور درمیان زاویہ کوئی سا نقطہ مقرر کرو اور اس نقطہ سے دو خط متوازی اضلاع زاویہ کے کھینچو



(۳) ایک مستطیل بناؤ جس کا طول اور عرض معلوم ہے
فرض کرو کہ اب طول معلوم ہے اور عرض معلوم ہے

نقطہ 'س' اب پر عمود بس پر برابری کے بناؤ

اور س کے مرکز پر نصف قطر برابر اب کے یکساں ایک قوس کھینچو اور آ کے مرکز پر نصف قطر برابر سی کے یکساں ایک قوس کھینچو جو پہلی قوس کو نقطہ 'د' پر قطع کرے اور آ اور س د ملاؤ تو مستطیل مطلوب ہوگا

سوالات مشق

(۱) ایک کبیت قائم الزاویہ بناؤ جس کے طول میں ۱۲۰۰ کڑی اور عرض میں ۵۴۵ کڑی ہوں

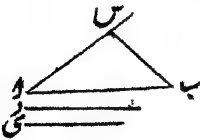
(۲) ایک فرش شبیہ بالمعین کی شکل کا ۲۶ فٹ ۶ انچہ لंबا اور ۱۴ فٹ ۸ انچہ چوڑا بناؤ

(۳) اس خط مستقیم 'ا' — ب پر ایک مربع بناؤ اور اس کے دو قطر کھینچو اور ان کے نقطہ تقاطع کو مرکز

مقرر کر کے دائرہ کھینچو جو مربع کے زاویوں پر گزرے

(۴) ایک مثلث بناؤ جس کے تینوں ضلع معلوم ہیں اور ان ضلعوں میں سے دو ملکر نیچے سے بڑھیں

فرض کرو کہ اب اور آ اور سی تین اضلاع معلوم ہیں
نقطہ آ کے مرکز پر نصف قطر برابر د کے یکساں ایک قوس کھینچو اور ب کے
مرکز پر نصف قطر برابر سی کے یکساں ایک قوس کھینچو جو پہلی قوس کو نقطہ 'س' پر قطع کرے ملاؤ
اس اور بس بس اب س مثلث مطلوب حاصل ہوگا



سوالات مشق

(۱) ایک مثلث بناؤ جس کے اضلاع ۱۴ و ۲۲ و ۵۴ ہوں

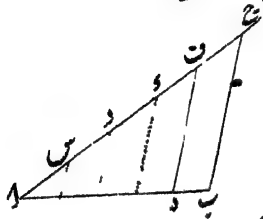
(۲) ایک مثلثی شکل بناؤ جس کے اضلاع ۹۴ و ۳۰ و ۶۴ جریب ہوں

(۳) ایک مثلث متساوی الساقین بناؤ جس کا قاعدہ ۲۱۵۶ ہو اور ہر یک برابر باقی ۴۲۴۹ ہو

(۴) ایک مثلث قائم الزاویہ مساوی ساقین میں سیناؤ اور کوسیناؤ کے ضلع جو ایک دوسرے پر عمود ہوں

انہیں سے ہر ایک ۲.۴ فیٹ ہو

(۵) اس خط مستقیم ب — پر ایک مثلث متساوی الاضلاع بناؤ اور اوپر کے زاویوں کے سروں کے خطوط متوازی مقابل کے ضلعوں کے نکالو اس طرح سے کہ ایک اور مثلث بن جاوے



(۹) کئی ایک برابر حصوں میں ایک خط مستقیم کو تقسیم کرو
فرض کرو کہ اب کو پانچ برابر حصوں میں تقسیم کرنا ہے

نقطہ ا سے ایک خط ا ب زاویہ اب پر بنا ہوا کھینچو اور ا سے ہر ایک نقطہ سے مقرر کرو اور
س د اور د ی وغیرہ برابر اس کے قطع کرو یہاں تک کہ ا ب پانچ برابر حصوں میں تقسیم ہو اور
ملاؤ ب ج اور نقطہ ق سے ق د متوازی ب ج کا کھینچو تو ب د پانچواں حصہ اب کا قطع ہوگا
اسی طرح سے ایک خط اور حصوں میں تقسیم ہو سکتا ہے جہاں نسبت معینہ ہو

سوالات مشق

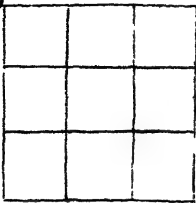
- (۱) شکل گذشتہ میں ایک خط برابر ا ب ج کے کھینچو اور سکو چہ برابر حصوں میں تقسیم کرو
- (۲) ایک ڈیڑھ ا ب ج کے خط کو سات برابر حصوں میں تقسیم کرو
- (۳) ۲ ا ب ج لےنا خط ۳ ا ب ج اچھہ طول کو تعبیر کرنا ہے تو خط کو ایسے حصوں میں تقسیم کرو کہ ہر ایک ایک اور ۱ ا ب ج اچھہ کو تعبیر کرے
- (۴) اب سے طول میں ڈیڑھ یا خط شکل گذشتہ میں لیکر اسکو تین ا ب ج حصوں میں تقسیم کرو کہ
انہیں نسبت ایسی ہو جیسی کہ ان اعداد ۲ و ۳ و ۳ و ۱ میں نسبت ہے

فصل سوم متوازی الاضلاع ونجی مست

رقبہ اسے کہتے ہیں کہ کسی شکل کی سطح کو اعداد میں بیان کرن اور کسی پائین کے لیے پیمانہ میں تجویز ہوا ہے

اور مربع طول کے پیمانہ سے حاصل ہوتا ہے

فرض کرو کہ ایک مثل مربع اس ہے اس کے سطح کو اعداد میں بیان کرنا چاہتے ہیں یعنی اس کا فیہ دریافت کرنا چاہتے ہیں اگر ہر ایک ضلع مربع کا ایک انچ ہے جیسا کہ
 نفس الامر میں شکل کے اندر دیکھا ہے تو طول ہی دو ایک انچ ہے اور عرض ہی دو ایک
 ایک انچ ہے تو مربع کا رقبہ ایک انچ مربع کہلاتا ہے



فرض کرو کہ اب اور آدمی سے ہر ایک ایک گز کو تعبیر کرنا تو سطح اب اس کی ایک مربع گز ہوگی اور وہ فٹ مربعوں میں سطح تقسیم ہو سکتی ہے کہ اگر دو ایک ایک گز طول میں بیٹھیں تو میں جنسے ایک گز بنتا ہے تقسیم کرو اور سطح اب کو بھی برابر میں حصوں میں تقسیم کرو تو ایک سطح میں فٹ طول اور میں فٹ عرض میں حاصل ہوئی اور نقاط تقسیم خطوط متوازی کچھ ایسے مربعوں میں تقسیم ہوگی جن میں سے ہر ایک ایک فٹ لंबا اور ایک فٹ چڑا ہے

اب سب سے اوپر کے صف میں مربع ہفتہ میں جس قدر آدمی میں فٹ میں یعنی تہ مربع فٹ ہیں جن میں سے ہیں کہ جتنے فٹ اب میں ہیں یعنی تین جن میں سے کل شکل میں اتنی مربع ہوئی جس کو کہ ایک صف کے تین مربع فٹ کو چسپہ کرنے سے حاصل ہوتے ہیں یعنی ۴ مربع فٹ ہیں پس ایک مربع گز برابر ہوا ۴ مربع فٹ کی ایک غلطی عوام کی یہ ہے کہ وہ یہہ جانتے ہیں کہ فٹ کو ۳ فٹ میں ضرب دیں تو وہ ۱ مربع فٹ حاصل ہوتے ہیں اس صورت میں حقیقت فٹ ہی نہیں ضرب با جانا اور نہ فٹ فٹ میں ضرب دے جانے سے کچھ پیدا کرنا ہی بلکہ اس کو مطلب یہ ہوتا ہے کہ ایک صف پانچ ایسے مربعوں کی جن میں سے ہر ایک ایک مربع فٹ ہے سہ چند کی جانی ہے

(۲) جدول ذیل سے معلوم ہوگا کہ کون کون سے مربع پیمانے ہیں اور ان میں سے کون کون کون کون

جدول پیمانوں کی

۱۲۴ مربع انچ = ۱ مربع فٹ

۹ مربع فٹ = ایک مربع گز کے

۳۰ ۱/۲ مربع گز یا ۲۴۲ ۱/۲ مربع فٹ = ایک مربع پول یا روڈ یا برج

۴۰ پول = ایک روڈ زمین کے

۴ روڈ یا ۴۸۴۰ مربع گز یا ۱۰۰۰۰۰ مربع کڑی = ایک ایکڑ زمین کے

۶۴۰ ایکڑ = ایک مربع میل کے

یہ سب پیمانے انگریزی بیان ہوئے اب ہندوستانی پیمانوں کی کیفیت سنائیے

۲۰ انواہی = اکچوانسی

۲۰ کچوانسی = بسوانسی

۲۰ بسوانسی = بسوہ

۲۰ بسوہ = ابکیہ

پائیش بسوانسی تک لکھی جاتی ہے کچوانسی اور انواہی کچھ لکھی نہیں جاتی

جو کہیت ایک جرب طول میں اور ایک جرب عرض میں ہوا وہ کو ایک بگیہ کہتے ہیں اور جو کہیت ایک جرب

طول میں اور ایک گٹھ عرض میں ہوا وہ کو بسوہ کہتے ہیں اور جو کہیت ایک گٹھ طول میں اور ایک گٹھ

عرض میں ہوا وہ کو ایک بسوانسی کہتے ہیں جس سے معلوم ہوا کہ ایک بسوہ میں ۲۰ بسوانسی اور ایک

بگیہ میں چارو بسوانسی ہوتی ہیں اگر جرب اور گٹھ کے لئے شکل اس طرح بناوین جس طرح دفعہ میں

بنائی ہوئی ہو تو اوپر کا بیان خوب روشن ہو جاوے گا اور کو ایک جرب سے تعبیر کریں اور اوکو میں حصوں میں تقسیم

کریں اور اس طرح اس کو میں حصوں میں تقسیم کریں اور خطوط متوازی کھینچ کر چاروں میں سے ایک بگیہ

میں بیٹنگے اور ان میں سے ہر ایک ایک بسوانسی ہوگی اس بات کو طالت علم خوب یاد کر لیں کہ

جب جرب کو جرب میں ضرب دیکے ہیں تو بگیہ حاصل ہوتا ہے

اور جب جرب کو گٹھ میں ضرب دیکے ہیں تو بسوہ اور جب گٹھ کو گٹھ میں ضرب دیکے ہیں تو بسوانسی حاصل ہوتا ہے

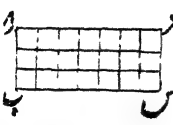
موافق کہی جاتی ہے کہ جرب کو گٹھ میں ضرب دیکے سے بسوہ حاصل ہوتا ہے اگر حقیقت اسکی پہچانی ہو

کہ اگر کہیت ایک جرب یعنی ایک گٹھ طول میں اور ایک گٹھ عرض میں لیا جاوے تو میں سے بیٹنگے جنکا

ایک گٹھ نول اور ایک گٹھ عرض ہے یعنی ۲۰ بسواں ایک بسود ہوتا ہے
(۳) ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ

ایک ضلع کے طول کو مقابل کے ضلعوں کے مجموعہ کا فاصلہ میں ضرب بہ دونو اجزا ضربی بات
پہلی مثال ایک مستطیل فرش ۵ فیٹ لمبا اور ۱۲ فٹ چوڑا ہو تو ہواؤ وسمن کتنو مربع فیٹ ہونگے



فرض کرو کہ طول ۵ فیٹ ہو اور چوڑا ۱۲ فٹ ہوں تو ہونگے
اور عرض ۱۲ فیٹ ہو اور چوڑا ۵ فٹ ہوں تو ہونگے

جو کہ کل مستطیل ہے اسکو اوسمن میں نصفین میں تو لکھی ہوگی اور ہر نصف میں ۱۲ مربع فٹ ہونگا اور
۱۲ مربع فٹ \times ۵ یا ۱۲ مربع فٹ ہونگے تم مربع کے لئے لکھا جاوے گا

دوسری مثال متوازی الاضلاع اب س د شبیہ المربعین اور ضلع بس
۱۸ انچ ہے اور عمود ب یا س د ۳ فیٹ ہے تو ہواؤ رقبہ کیا ہوگا
اب ذرا غور فرمادیں تو ظاہر ہوگا کہ رقبہ اب س د کا

برابر مستطیل ب م ن س کے ہو گا کہ ایک طرف س د مثلث ب ا م جیا قطع ہوا دیا ہوگا
برابر دوسری طرف مثلث س د ن زیادہ ہو گیا ہے

بس رقبہ مطلوب وہی رقبہ ہو جو ب م ن س کا ہو اور اسکا رقبہ کیا ہو کہ طول بس میں چھوڑا
ہیں اور تھے مربع انچ ۱۸ اور اوکو ب م کی تعداد انچوں میں ضرب یا طول ب م میں چھوڑا
انچوں میں ضرب لیا اور اوکو ب س کی تعداد انچوں میں ضرب یعنی ۱۸ م انچ ۲۴ یا ۲۴ م انچ ۱۸ =
۴۳۲ م انچ یا ۳۳ فیٹ کے ہی جواب ہمارے سوال کا ہے

انتباہ

اکثر متوازی الاضلاع کے بڑے ضلعوں کے درمیان کا عمودی بقدر معلوم ہو جائے اور دوسری عرض متوازی الاضلاع
کہلا جائے اسلئے عام قاعدہ متوازی الاضلاع کے دریافت کرنے کا یہ بیان کیا جاتا ہے کہ طول کی عرض ضرب

میسے مثال ایک کیت مستطیل ۸۲۵ کڑی طول میں اور ۳۳ عرض میں، تو بناؤ اس کے

اندر کے ایکڑ میں ہے ۸۲۵ م کڑی $\times ۳۳ = ۲۷۲۲۵$ م کڑی اور ایک ایکڑ میں

۱۰۰۰۰ م کڑی ہوتے ہیں

اس لئے سطح جو دریافت ہوئی اس کو ۱۰۰۰۰ پر تقسیم کرنا چاہئے اور تقسیم معنی عشریہ میں

ہے کہ دائیں طرف سے پانچویں جہ پر علامت عشریہ رقم کریں بس ۳۵۵۴۵۰ ایکڑ حاصل ہو

اور یہ برابر میں ۳۵ ایکڑ ۲ روت ۵۴ پرج کی

چوتھی مثال طول ایک متوازی الاضلاع کا ۱۴ فٹ ۱۱ انچہ ہو اور عرض ۵ فٹ ۱۱ انچہ اور کوا ربہ

دریافت کرو اول ترکیب ۱۴ فٹ $\times ۵ = ۷۰$ فٹ ۱۱ انچ $\times ۵ = ۵۵$ فٹ یا ۹۷ م فٹ ۷۵ م

انچہ یہ جواب ہے ۱۱ بارہویں ۱۴ م فٹ

دوسرے ترکیب وہ جس کو ضرب ثنا عشری کہتے ہیں

۵ ۱۰ ۵
۸۷ ۴
۹
۵ انچ ۵ بارہویں ۹۷ م فٹ

م فٹ کو چلکنا کرنا اور سات بارہویں دفعہ لکھنا یا اول چلکنا کرنے کا اسی طرح کر کر کے

۱۱ بارہویں میں ضرب دو تو حاصل ۵۵ بارہویں بھی ہو جو برابر ۷۵ م فٹ اور ۵ بارہویں حصوں میں

ایک سات کو بارہویں حصوں میں لکھو اور ۵ کو ۱۴ میں ضرب دیکر حاصل ضرب ۸۰ کے ساتھ

پہلے حاصل کو جمع کرو اور ۸۷ م فٹ نیچے لکھو اب ۵ بارہویں میں ضربے بنا تا تو ۵ بارہویں کو

بارہویں میں ضربے یا تو ملے فٹ کے بارہویں بھی کے ۵ بارہویں حاصل ہو یعنی ۵ بارہویں

حصے ایک م فٹ کے اور ۵ بارہویں حصے کے بارہویں حصہ اب ان حصوں کو انچہ کے میں

لکھو اور ۵ حاصل جانو اور یہ سات بارہویں کو ۱۴ میں ضرب دیا تو ۱۴ بارہویں حصے حاصل ہو اور

ان کے ساتھ پہلے ۵ بارہویں حصے ملائے تو ۱۸ بارہویں بھی ہو چکے ۱۰ بارہویں حصہ اور

۴ م فٹ ہو پس ان کو اپنے اپنے مدین لکھ کر جمع کرو
اصل معنی نوعی کے یہی ہیں جو ہم نے بیان کئے مگر جہاں عمل کی ضرورت پڑنی ہو وہ نقطہ اتنی

۲۱
پہلی دفعہ ضرب میں ایک دفعہ بارہ تقسیم کریں اور دوسرے عدد اندر ضرب دین میں دو دفعہ بارہ تقسیم کریں پہلے میں ضرب ہی تو گیارہ بجے ۵۵ ہو کر ۱۲ تقسیم کیا تو بچہ اور حاصل ہوئے کو نیچے بارہوں حصوں کو لکھ دیا اور حاصل کو ۱۱۶ اور ۵ کے حاصل ضرب ۸۰ کے ساتھ جوڑ کر ۸۴ لکھ دے اب دوسرے ضرب شروع کی گیارہ سے سنتر سو ۱۲۰ تقسیم کیا تو بچہ اور حاصل ہوئے کو دین کی طرف علیحدہ ایک مرتبہ کے فاصلہ پر لکھ دیا اور پہلے کو ۱۶ میں ضرب دیا تو ۱۲۰ حاصل ہوا اور پہلے حاصل کے لئے تو ۱۸۱ ہوئے انکو بارہ چتر تقسیم کیا تو حاصل ہوئے اور باقی انکو لکھ دیا تو صحیح صحیح حاصل ہوا کہ ۹۴ م فٹ اور ۶ بارہویں م فٹ اور ۵ م انچہ

ہوا کہ ۹۴ م فٹ اور ۶ بارہویں م فٹ اور ۵ م انچہ
اکثر لوگ بڑبڑ میں جھل کی غلطی کرتے ہیں اولیوں سے ہیں کہ ۹۴ م فٹ اور ۵ م انچہ اور ۶
۶ بارہویں م فٹ کو ۵ انچہ ٹھہرا نا غلط ہے اول کو م فٹ ہی بڑبڑنا درست ہے
یا بچوں میں مثال ۱۰ ۱۰ انچہ تختہ کا کیا طول کہیں کہ وہ ایک مربع فٹ ہو
۱۰ ۱۰ انچہ بد طول کے تعداد پانچ مین = ۱۰ م فٹ یا ۱۴ م انچہ اس واسطے
۱۴ م انچہ ÷ ۱۰ م انچہ = ۱۰ ۱۰ ۱۰ انچہ یہی جواب ہے

چھٹی مثال ایک مربع صحن کا رقبہ $\frac{1}{4}$ مربع گز ہے تو بناؤ او کے ہر ضلع کا کیا طول ہے
 طول \times عرض = مربع طول کی اسلئے کہ طول اور عرض دو برابر ہیں پس جب طول کا مربع $\frac{1}{4}$ گز
 تو خود طول جذر $\frac{1}{2}$ گز ہوگا اور اسلئے وہ برابر ہوگا $\frac{1}{2}$ گز کے یہی جواب ہے

ساتویں مثال ایک کہیت مستطیل ۵۰ جریب ۲ گٹھ پل اور ۳۰ جریب ۲ گٹھ عرض میں ہے اور
رقبہ ۱۵۰۰ گٹھ ۲ جریب ۱۵۰۰ مفصل علی یہ ہے کہ ۳۰ جریب کو ۲ گٹھ میں
۲ ۱۳ ضرب دی تو ۲۶ بسوہ حاصل ہوئے ۶ بسوہ
۴ ۱۹۴ لکھے اور ا حاصل کو ۳۰ اور ۵۰ کے حاصل ضرب
۶ ۱۰ ۱

۳۰ بسوا // ۱۴ بسوہ // ۱۴ بیگہ ۱۵ بیگہ کے ساتھ ملا یا اور سیر ۲ کو ۲ میں ضر گیا
تو ۴ بسوا سی حاصل ہوئیں ان کو دین طرف ایک جہ پوڑ کر لکھ دیا اور پھر ۲ کو ۱۵ میں ضر گیا

نو۔ ۳۳ سوہ جگے آ سوہ آ بیگہ ہوئے وہ لکھئے اور دونو حاصل ضرب کو جمع کر لیا
 اٹھوین مثال ایک مستطیل کہیت کا رقبہ ۳۳ بیگہ ہو اور ۴ جریب کہیت چڑا ہو تو طول کا کیا ہوگا
 ۳۳ بیگہ ÷ ۴ جریب = ۸ جریب یہ طول اسکا ہے

پانچوین اور اٹھوین مثال ہو کر کو نو بیگہ چھپنا چاہو کہ جیسی متوازی الاضلاع کا رقبہ
 او طول و عرض میں کوئی ایک معلوم ہو دوسرے دریافت کر نیکا قاعدہ یہ ہے کہ رقبہ کو طول یا عرض پر جو
 معلوم ہو تقسیم کریں خارج قسمت طول یا عرض ہوگا عرض جو مجھول ہوگا وہ دریافت ہوگا
 اور چھٹی مثال سے یہ جاننا چاہو کہ جی ب مربع کا رقبہ معلوم ہو تو اس کے ایک ضلع کے
 طول معلوم کر نیکا یہ قاعدہ ہے کہ رقبہ کا جذر نکالیں

مثالیں مستطیل کی سطحی (۱)

طالب علم کو چاہو کہ موافق سوالات کی یکساں سی شکلیں بنائیں

(۱) ایک مستطیل کہیت ۳۲ جریب لمبا اور ۳ جریب چڑا ہو اور اس کا رقبہ بتاؤ جواب ۹۶ بیگہ

(۲) ایک مستطیل ۱۸ فٹ سے ۱۶ فٹ چڑا ہو تو بتاؤ اس کے مربع گز میں جواب ۳۳۶

(۳) ایک مربع کا ضلع ۱۲ انچ ہے اس کا رقبہ بتاؤ جواب ۱۴۴ فٹ ۲ انچ

(۴) ایک مربع کا ضلع ۳۳ انچ ہے اس کا رقبہ فٹ میں بتاؤ جواب $4\frac{1}{4}$ ۳۴ ۳۵ ۳۶ فٹ

(۵) ایک مستطیل ۴۹ فٹ طول میں اور ۴۳ فٹ عرض میں ہے اس کا رقبہ بتاؤ جواب ۲۱۰۷ م گز

۷ فٹ ۷ انچ

(۶) ایک فبر کا تختہ اوپر کا ۳۵ فٹ ۷ انچ ۳۵ فٹ ۵ انچ ہے اس کے اوپر کی سطح بتاؤ

جواب ۱۲۳۵ فٹ ۳۵ انچ

(۷) ایک متوازی الاضلاع ۷ فٹ ۵ انچ طول میں اور ۴ فٹ ۸ انچ عرض میں اس کا رقبہ بتاؤ

ضرب اثنا عشر کے بتاؤ جواب ۴۹ م فٹ ۵ بارہوین ۴ انچ

(۸) ایک مستطیل ۵ گز ۷ انچ سے ۵ فٹ ۶ انچ ہے تو بتاؤ اس کا رقبہ کیا ہے

جواب ۹ م گز ۴ فٹ ۲۰۲ انچہ

(۹) ایک کہیت مین ۴۲۰ کڑی طول مین اور ۵۷ عرض مین، اوس مین کتنے ایکڑ زمین ہوگی

جواب ۴ ایکڑ ۳ روڈ ۳۴، ۳۵ پول

(۱۰) ایک مربع کا ضلع ۲ فٹ ۵ انچہ ہے اور اس کا رقبہ بتلاؤ جواب ۵ م فٹ ۱۳۱ م انچہ

(۱۱) ایک متوازی الاضلاع مشبیہ بالمعین ہر اور اس کا طول ۱۳ فٹ ۴ انچہ اور ۲ فٹ

۳۰ انچہ عرض ہے، اس کا رقبہ ضرب اثنا عشری نکال کر بتلاؤ جواب ۴۴ م فٹ ۸ بارہویں ۳۰ انچہ

(۱۲) ایک مربع کا ضلع ۱۰ فٹ ۴ انچہ ہے اور اس کا رقبہ مربع گزوں مین دریافت کرو جواب ۱۲ ۱/۲

(۱۳) ایک باغ مربع ہے اور اس کا ہر یک ضلع ۱۷۵ گز ہے تو بتلاؤ اس کا رقبہ کیا ہوگا

جواب ۵۲ بیگہ ۲۰ بسوہ ۵ بسوائی

(۱۴) اوس معین کا رقبہ بتلاؤ جس کا ایک ضلع ۲ فٹ ۴ انچہ ہے اور عرض عمودی ۱۴۵۳۲ ۱/۲

جواب ۴ م فٹ ۱۴۶۹۹ ۱/۲ انچہ

(۱۵) جن ثبیہ بالمعین کا طول ۵۱۵ گز اور عرض ۳ فٹ ۴ انچہ ہے

اوس کے رقبہ مین مربع گز بتلاؤ جواب ۱۵۰۰۸ ۱/۲ گز

(۱۶) ایک مربع کا ضلع ۵ فٹ ۵ انچہ ہے اور اس کا رقبہ ضرب اثنا عشری سے بتلاؤ

جواب ۲۴ م فٹ ۴ بارہویں ۱/۲ انچہ

(۱۷) متوازی الاضلاع کا ایک ضلع ۵ گز اور اس کا عمودی فاصلہ دوسرے ضلع سے

۲۵ ۱/۲ انچہ ہے تو اس کی سطح بتلاؤ جواب ۴ م فٹ ۸۴ انچہ

(۱۸) ایک مستطیل کمرہ ۱۴ فٹ ۷ انچہ طول مین اور ۱۴ فٹ ۸ انچہ عرض مین اور ۳۰ انچہ بلند

مین ہے تو بتلاؤ اس کی چہت اور دیواروں مین کس قدر سطح ہوگی

جواب ۵۲۸ م فٹ ۴ بارہویں ۲ انچہ

(۱۹) اگر ایک صندوق کا فرض طول اور ارتفاع ہر ایک ۳ فٹ ۵ انچ ہو تو اس پر

چمڑا چاروں طرف کس قدر چڑھے گا جواب ۵۰ فٹ ۴ انچ

(۲۰) ایک مستطیل ۴۴ فٹ چوڑا رقبہ میں برابر ایک مستطیل کے ہے جو ۲۰ فٹ لمبا

۴۴ فٹ چوڑا ہے تو بناؤ اور اس کا طول کیا ہوگا جواب ۲۵ فٹ

(۲۱) ایک لان ۷۰ فٹ گز لمبا اور ۳۰ فٹ گز چوڑا ہو اور اس کے گوشے کے گوشے کس قدر کٹا دیا گیا ہوگا جواب ۲۰ فٹ گز

(۲۲) ایک کمرہ ۵۰ فٹ ۴ انچ سیر ۳۰ فٹ ۸ انچ سیر ہو تو اس میں ۲۰ فٹ گز عرض کا بوریا جو ۳۰

۹ پاؤں گز آتا ہے کتنے کا لگے گا جواب ۷ روپیہ ۷۰ پائی

(۲۳) ایک شیشہ ۳ فٹ ایک انچ لمبا ۲ فٹ ۱۰ انچ چوڑا ہے اور چھانک ایک فٹ مربع

وزن ہوتا ہے تو بناؤ اور اس کا وزن کیا ہے جواب ۴ سیر ۵ چھانک اور کچھ اوپر

(۲۴) جس مربع کا رقبہ ۳۰ فٹ گز ہو اور اس کا ضلع دریافت کرو جواب ۵ فٹ گز

(۲۵) ایک مربع برابر ایک مستطیل کے ہو جو ۷۰ فٹ گز لمبا اور ۱۴ فٹ گز چوڑا ہو تو بناؤ اور اس کا ضلع کیا ہوگا

جواب ۱۴۵۴۴۰ فٹ گز

(۲۶) ایک مکان ۲۰ فٹ گز درگاہ طول میں اور ۱۰ فٹ گز درگاہ عرض میں ہو بناؤ ۵۰ فٹ گز درگاہ

اور ۴۰ فٹ گز درگاہ اور کتنے کا اس کے فرٹین لگیں گے جواب ۵۰۰ فٹ گز ۲ اور ۱۳۳ روپیہ ۲

(۲۷) ایک کہیت مستطیل ہے اور اس کا رقبہ ۵۰ فٹ ایکڑ ہے اور اس کا طول ۸۰۴ فٹ کڑی ہے اس کا عرض کیا ہوگا

جواب ۶۵۳ فٹ تقریباً

(۲۸) ایک مربع کا رقبہ ۴۰ فٹ مربع ۱۰ بارہویں ۸ فٹ انچ ہے اس کے ضلع کا طول دریافت کرو

جواب ۴۰ فٹ ۴ انچ

(۲۹) رقبہ ایک مستطیل کی سطح کا ایک مربع انچ کے پتیا لیس سوین چھوٹی اور بڑی کا عرض برابر ہے

۵۴ ہزار وین چھو ایک فٹ کی تو ثابت کرو کہ ۵۴۴۴ انچ ہے اس کے ضلع کا طول ہے

(۳۰) ایک شیشہ بالمعین کے ضلع ۱۰۰ اور ۳۸ اور ۱۸ میں اور عمود جوا

سے بس بڑنگا لاجاؤ آہے تو اوس عمود کو تباؤ کہ اس سے دب بڑنگا لاجاؤ جواب ۲۴
(۳۱) ایک لان ۴ فٹ ۴ انچہ سے ۵ فٹ ۴ انچہ ہے تو ۵ گز کپڑا کس ضخ کا اوکھڑن کے لئے

کافی ہوگا جواب ۲۲ ۳/۴ انچہ

(۳۲) تختے کاغذ کے ۲ فٹ ۴ انچہ طول میں اور آفٹ ۴ انچہ عرض میں ایک پوار کو بالکل

منڈو، میں تو بناؤ اوس لولیر ۴ فٹ ۸ انچہ نبی اور ۴ فٹ ۴ انچہ چوڑی تختی کتنی منڈ ہو جائے جواب

(۳۳) ایک مکان کے ۴ کوارٹر میں اور ہر کوارٹر میں ۱۲ شیشے ہیں اور ۲ شیشو ۵ ۱/۲ انچہ ۸ ۳/۴ انچہ ہے

تو بناؤ شیشو کے اُجلوئی فی م فٹ کس حساب سے دین کہ ہمارے ۱۳ ریل یا ضرمنوں جواب ۱۱ ۱/۲

(۳۴) موہن کے پاس ایک کھیت ۵ ۱/۲ گز لنباؤ ۵ گز چوڑی ہے اور موہن کے پاس ایک کھیت بیچ کی شکل کا،

تو بناؤ کس کو منڈ بند کی بجاب ۵ پائی فی روڈ کے حساب سے زیادہ دینا پڑے گا اور کس قدر زیادہ دینا

پڑے گا جواب ۵۷

(۳۵) ایک کمرہ ۱۲ فٹ ۱۰ انچہ لنباؤ اور ۱۲ فٹ ۴ انچہ چوڑا اور ۴ فٹ ۴ انچہ بلند ہے اور

اوس کے اندر ایک دروازہ ۴ فٹ ۴ انچہ سے ۲ فٹ ۱۱ انچہ ہے اور ایک کھڑکی ۴ فٹ ۴ انچہ

سے چار فٹ ۲ انچہ اور ایک انگلیٹی ہے ۳ ۱/۲ فٹ بلند اور ۴ فٹ چوڑی اور دو الماریاں دیوار

میں ہیں جن میں ہر ایک ۴ فٹ ۴ انچہ سے ۲ فٹ ۸ انچہ ہے اور ان الماریوں کے چاروں طرف

۸ انچہ لگے ہیں اب تو ہم یہ میں کہ سارے کمرہ کو کچا ہے سوا دروازوں و کھڑکی وغیرہ کے مٹھ میں

تو بناؤ کتنا کچا ب صرف ہوگا جواب ۳۲ م فٹ ۱۰ بارہویں ۸ انچہ

فصل چہارم

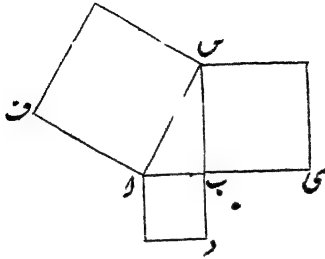
مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع

(۱) اکثر مثلث قائم الزاویہ کے تینوں ضلعوں کا نام سطح سے لیا کرتے ہیں کہ ایک کو قاعدہ کہتے ہیں

دوسرے کو عمود سے کہتے ہیں اور تیسرے کو وتر الزاویہ قائمہ کہتے ہیں اگر دو اضلاع ہوں ان میں سے جب ایک کو قاعدہ کہیں

تو دوسرے کو عمود اور زاویہ قائمہ کے سامنے جو ضلع ہو اوسے وتر

اب ہر مثلث قائم الزاویہ کے ضلعوں کی یہ خاصیت ہو کہ اگر کسی بڑے ضلع پر جو مربع بنایا جاتا ہے وہ برابر ہوتا ہے مجموعہ دو مربعوں جو اوپر باقی ضلع پر کھینچے جائیں



مثلاً مثلث قائم الزاویہ ا ب س کے ضلعوں پر مربع آد اور سی اور سن بنائے جائیں تو قہ سے ق ک ب برابر ہوگا مجموعہ آد اور سی کے برابر ہو جائے گا مساوی اکثر اس طرح بیان کیجاتی ہے کہ $ا ب^2 = ب س^2 + ا س^2$

یہ جو ۲ کا ہندسہ اوپر حرفوں کے لکھا ہوا ہے اسے مراد وہ دو برابر جز ضربی ہیں کہ جن میں سے ایک پانہ عددی ایک خط کا ہے اور ان دونوں کے باہم ضرب دینے پر قہ اوس خط کے مربع کا پیدا ہوتا ہے اور اس جملہ کو بڑھتے سطح سے ہیں کہ ا ب کا مربع جمع ب س کا مربع برابر ہے ا ب کے مربع کے (۲) اگر مثلث قائم الزاویہ کے ضلعوں میں سے دو ضلع معلوم ہوں تو تیسرے ضلع درپا ہو سکتا ہے اگر ا ب ۸ ہو اور ب س ۱۵ ہو تو ا س ۱۷ ہوگا اس واسطے کہ $ا ب^2 + ب س^2 = ا س^2$

$$۸^2 + ۱۵^2 = ۲۸۹ = ۱۷^2 \text{ جس کا جذر ۱۷ ہے}$$

اور اگر ا س ۱۷ ہو اور ا ب ۸ ہو تو ب س ۱۵ ہوگا اس واسطے کہ $۸^2 + ۱۵^2 = ۱۷^2$ جس کے جذر نکالنے سے ۱۷ حاصل ہونگے

(۳) اگر جذر ضلع مطلوب کے مربع کا ٹھیک ٹھیک نہیں نکلتا مثلاً اگر ا س ۱۲ ہو اور ب س ۱۲ ہو تو ا ب ۱۷ کا جذر ہوگا اور وہ تقریباً ۴.۱۲۶ ہے گو یہ ٹھیک جذر نہیں ہے اگر منظور ہو کہ ایک مثلث قائم الزاویہ ایسا بنائیں کہ اس کے ضلع کا طول صحیح صحیح اعداد میں تقسیم ہو اور کچھ کسر باقی نہ رہے تو اس کی دو ترکیبیں ہیں

اول ترکیب یہ کہ مثلث کے ضلعوں کا طول ایسا فرض کریں کہ ان میں نسبت ایسی ہو جیسی کہ اعداد ۳ و ۴ و ۵ میں سے مثلاً ۳ گنا ۳ کا اور ۴ گنا ۴ کا اور ۵ گنا ۵ کا طول مقرر کر لو تو اگر ضلع جو

ایک دوسرے پر عمود ہیں ۲۸ و ۲۱ ہوں تو وتر ۳۵ ہوگا اسلئے کہ $۲۸ + ۲۱ = ۴۹$ اور یہ ۳۵ کا مربع
 دوسری ترکیب دو عدد ایسے لو کہ جن میں سے ہر ایک مربع ہو پہلے ان دونوں کو جمع کر کے ایک ضلع کا
 طول لکھو اور پہلے انہیں تفریق کر کے دوسرے ضلع کا اور پہلے ان دونوں کا جبراجذر لو اور ان کو ضرب
 دیکر حاصل ضرب کا دو چند تیسرے ضلع کا طول مقرر کرو تو مثلث مطلوب بن جاوے گا مثلاً دو مربع عدد
 ۱۲۵ اور ۴۲ لئے اب ان کو جمع کر کے یعنی $۱۲۵ + ۴۲$ تو ایک ضلع کا طول در ان کو تفریق کر کے یعنی $۱۲۵ - ۴۲$
 دوسرے ضلع کا طول اور ان کے جذروں ۵ اور ۲ کو ضرب دیکر حاصل ضرب کو دو چند کر کے یعنی ۲۰×۵ کا
 دو چند تیسرے ضلع کا طول مقرر کرو تو طول ضلعوں کے ۲۵ و ۲۱ و ۲۰ ہونگے اب ضلع جو ایک دوسرے پر
 عمود ہیں ۲۰ و ۲۱ ہوں تو وتر ۲۹ ہوگا اسلئے کہ $۲۰ + ۲۱ = ۴۱$ اور اس کا جذر ۲۹ ہے
 (۴) یہ ذکر ہو چکا کہ دو معلوم ضلعوں میں جب ایک تر ہو جائے تو دوسرے کی صورت دوسرے کے حاصل
 تفریق کی دریافت کرنی ہوتی ہے اس کی پہلی ترکیب یہ ہے کہ اون دو عدد کو مجموعہ کو اور دو
 حاصل تفریق میں ضرب دو تو حاصل ہی ہوگا جو ان کے مربعوں کے تفریق کرنے سے حاصل ہوتا مثلاً
 ۱۴ اور ۱۶ کے مربعوں کا حاصل تفریق دریافت کرنا ہو تو $(۱۴ + ۱۶) (۱۶ - ۱۴)$ یعنی ۱۰×۱۰ کا
 (۵) اوپر کے بیانات سے مثلث قائم الزاویہ کے ہر ضلع کے دریافت کرنے کے قواعد ذیل مستعمل ہوتے ہیں
 اول قاعدہ اور عمود معلوم ہیں وتر دریافت کرنا منظور ہے

قاعدہ

قاعدہ کے مربع کو عمود کے مربع پر جمع کرو اور حاصل جمع کا جذر لکھو تو یہ جذر وتر ہوگا
 دوم جب تر اور باقی دو ضلاع میں سے ایک ضلع معلوم ہو اور دوسرا ضلع دریافت کرنا مطلوب ہے

قاعدہ

وتر کے مربع میں سے ضلع معلوم کا مربع تفریق کرو اور حاصل تفریق کا جذر لو یا یہ کہ وتر اور
 معلوم کے مجموعہ کو وتر اور ضلع معلوم کے فرق میں ضرب دو اور حاصل کا جذر لو دو دونوں صورتوں میں
 حاصل تیسرا ضلع ہوگا

سوم قاعدہ اور عمود میں ایک معلوم ہوا اور باقی ضلع کا حاصل جمع معلوم ہوا یا حاصل تفریق تو باقی ضلع کے دریافت کر نیکامیہ قاعدہ ہے

قاعدہ

قاعدہ اور عمود میں جو معلوم ہو اس کے مربع کو حاصل جمع برابر معلوم ہو تقسیم کرو تو حاصل تفریق ضلع معلوم ہوگا اور اگر حاصل تفریق معلوم ہو تو اس پر تقسیم کر نیسے حاصل جمع ضلع کا معلوم ہوگا دونوں صورتوں میں ضلع کا حاصل جمع اور حاصل تفریق معلوم ہوگا اور جب مجموعہ اور حاصل تفریق دونوں معلوم ہو گیا تو حاصل جمع کو حاصل تفریق کے ساتھ جمع کرنے سے دو چند بڑی مقدار کا اور مجموعہ سے حاصل تفریق کی تفریق کر نیسے دو چند چھوٹی مقدار کا معلوم ہوگا غرض جدا جدا ضلع معلوم ہو جائے

پہلی مثال مثلث قائم الزاویہ ارب س کے ضلع ارب اور ب س جو عمود

ایک دوسرے میں ۲۷ اور ۳۳ ہیں اور کاوتر اس بناؤ $۲۷^2 + ۳۳^2 = ۷۲۹ + ۱۰۸۹ = ۱۸۱۸$

پہرے مربع و تر کا ہے اور جذر ۲۰۲۵ کا اکثر سطح لکھتے ہیں $۲۰۲۵ = ۱۸۱۸$ یہ جواب ہے



دوسری مثال وتر ۱۷۷ اور قاعدہ ۱۸۱ عمود دریا کرو

$$۱۷۷^2 - ۱۸۱^2 = ۳۱۳۲۹ - ۳۲۷۶۱ = ۱۹۸۸۱$$

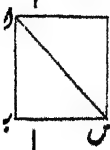
اسیو $۱۸۱^2 = ۳۲۷۶۱$ اور تقریباً ۱۰۷۵۹۹۵ ہے اور دوسری ترکیب یہ ہے

$$(۱۸۱ + ۱۷۷) (۱۸۱ - ۱۷۷) = ۳۵۸ \times ۴ = ۱۴۳۲$$

تیسری مثال ایک مربع کا ضلع ۲۱۴ گز ہے اس کے قطر کا طول دریا کرو اب معلوم ہے کہ ارب

۲۱۴ گز ہے اور ب س یہی ۲۱۴ گز ہے چونکہ ارب س مثلث قائم الزاویہ ہونچوئے معلوم ارب

اور ب س کا برے مربع اس کے یعنی $۲۱۴ \times ۲۱۴ = ۴۵۸۷۶$ اور ب کا جذر ۲۱۴ گز ہے



یہی جواب ہے دوسرے طرح یہ کہ $۲۱۴ \times ۲۱۴ = ۴۵۸۷۶$ اور $۱۵۸۱۳ \times ۲۱۴ = ۳۳۸۲۹۸۲$

چوتھی مثال ایک مثلث قائم الزاویہ عمود اگزی اور قاعدہ وتر کا حصہ طویل تر کا بناؤ اس

چونکہ قاعدہ وتر کا سات دواں حصہ اس قاعدہ کو ۷ اور وتر کو ۱۱ اٹھارہ لکھتے ہیں اس کے اگر وتر دس

سوم قاعدہ اور عمود میں ایک معلوم ہوا اور باقی ضلع کا حاصل جمع معلوم ہوا یا حاصل تفریق تو باقی ضلع کے دریافت کر نیکامیہ قاعدہ ہے

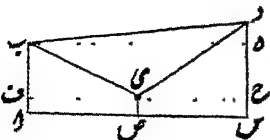
برابر حصوں پر تقسیم ہو تو فاصلہ میں ایسے سات حصے ہونگے اور ہر ایک عمود میں ایسے سات
 ۱۷۱۴۸ حصے ہونگے یعنی ۲۰ - ۲ = ۱۸ جب ۱۷۱۴۸ حصے = ۱۷۱۴۸ گز کے تو ۱۰ حصے
 = ۲۳۶۸ گز کے یہی جواب ہے

پانچویں مثال ایک زمین ایک یو آر ۲ فٹ بڑی اور جب اس کو زمین پر اٹھٹ کر فاصلہ سے دیوار بزرگ
 میں تو ٹیک ٹیک یو آر کی منڈیر پر پہنچا تو تباؤ زمین کتنا رہا ہے
 فرض کرو کہ آب زینہ کو تعبیر کرتا، اور بس دیوار سے جمع خرچے سوال کے



اس = ۸ فٹ کی اور فرق آب اور بس کا یعنی ۱۴ = ۲ جب ہو کہ آب اور بس
 معلوم ہوں تو آب اور بس کے مجموعہ کو اونکے حاصل تفریق میں ضرب دیکر اس اور
 دریافت کر سکتے ہیں لیکن اس = ۱۴ اور آب - بس = ۲ سیو ۲ = ۴۲
 یا ۳۲ = آب + بس اب ہو کہ معلوم ہو گیا کہ وتر اور عمود کا مجموعہ ۳۲ ہے
 اور انکا فرق ۲ ہے اور اگر ۱۴ فرق کو تعبیر کرے تو ظاہر ہے کہ آب اور بس کے
 مجموعہ میں ۱۴ کو نکال ڈالیں تو ب م + ب س = دو چنڈ بس کے ہوگا
 سیو ۲ = ۳۲ - ۲ = ۳۰ = دو چنڈ بس کی اسے معلوم ہوا کہ بس ۱۵ فٹ ہو اور
 آب زینہ ۱۷ فٹ ہے یہی جواب ہے

چھٹی مثال ایک پرانے شہر کے کھنڈروں میں دو ستون سیدھے کھڑے ہوئے اور انکو بائیں ایک
 بت اٹھ کر کھڑا ہوا تھا کہ یہ دونو ستون اور وہ بت ایک خط مستقیم میں تھے اور بلندیاں
 ستونوں اور بت کی سطح افقی سے ۴۴ فٹ اور ۵۰ فٹ اور ۵۴ فٹ ۴ انچہ اور سر
 بت کا ستون کلان کی چوٹی سے ۴۴ فٹ اور ستون خرد کی سر سے ۸۴ فٹ دور
 تھا تو تباؤ دونو ستونوں کے درمیان کیا فاصلہ ہے



یہاں معلوم ہے کہ آب ۵۰ ہو اور س ۴۴ ہے
 اور س ۵۴ ہو فیٹ، اور ب ۸۴ فیٹ

اور ۷۴ فیٹ ہر نقطہ می سے فتح اور نقطہ ب سے ب و متوازی دونوں اس کے کچھ تو یہ متوازی اور متساوی اس کے ہونے کو ج برابر ہے ۶۴ - ۴۶۵ = ۵۴۲۵ اور ب ق برابر ہے ۵۰ - ۹۶۵ = ۱۴۰۶۲۵ اور وہ برابر ہے ۵۰ - ۱۴ = ۱۴ اور م ب می - ب ق = ۴۵۶۴۴۴ = می ق یا اس کے اور

مذہبی - درج = ۸۰۶۴۱۱ = می ح یا ص ی کے اس واسطے اس بابہ ہے ۱۵۶۴۶۱۰۶ کے تو م ب ۵ + ۵ = ۱۵۶۴۰۳۴ = فیٹ کے بھی جواب ہے

مثالین مشق کے واسطے (۲)

(۱) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۵۴ اور عمود ۴۲ ہے وتر دریافت کرو جواب ۲۵

(۲) قاعدہ ۳۰ اور عمود ۱۶ ہے وتر بناؤ جواب ۳۴

(۳) قاعدہ ۴۰ فیٹ ہے اور عمود ۴۴ فیٹ وہ انچہ ہو تو اس کا وتر کیا ہو گا جواب ۵۴ فیٹ ۱۱ انچ

(۴) وتر ۳۵ اور عمود ۲۸ ہے قاعدہ دریافت کرو جواب ۲۱

(۵) قاعدہ ۴۰ اور وتر ۵۲ ہے عمود دریافت کرو جواب ۴۸

(۶) قاعدہ ۲۳ اور عمود ۲۴ ہے وتر دریافت کرو جواب ۳۵۶۰۸۹

(۷) وتر ۲۹۶۳۲ اور قاعدہ ۲۳۶۴۵۴ ہے عمود دریافت کرو جواب ۱۷۵۵۹۲

(۸) قاعدہ ۷۵۷۷ انچہ اور عمود ۵۴۵۵ انچہ وتر دریافت کرو جواب ۱۱۴۴۴ انچہ

(۹) قاعدہ اور عمود معلوم ہیں ہر ایک میں سے اگر ہے وتر دریافت کرو جواب ۲۱۵۶۱۳۲ گز

(۱۰) ایک مستطیل کعب کے ضلع ۵۶۳ کڑی اور ۳۶۹ کڑی ہیں اس کا قطر دریافت کرو

جواب ۶۷۳۱۴۶ کڑی

(۱۱) ایک مربع کا ضلع ۷۰ گتہ ہے اس کا قطر دریافت کرو جواب ۹۹ کے

(۱۲) ایک مربع کا قطر ۱۰۷ ہے اس کا ضلع دریافت کیجئے جواب ۷۰۷۱۰۷

(۱۳) ایک سے ازنیہ کا ۵۴ فیٹ بلند درخت کی ٹہلنگ پر کسی حوٹ ۴ گز فاصلہ پر زمین لگا ہوا ہے

توزینہ کا طول دریافت کرو جواب ۳۷ فٹ

(۱۴) ایک گلی کے دورویہ مکان بنے ہوئے ہیں اور درمیان گلی کے ایک اینہ ۳۱ گزر رہا ہے وہ ایک طرف تو ۳۱ گز بلند کھڑکی پر پہنچتا ہے اور دوسری طرف بشہ طیکہ اوکو بڑی جگہ پر پہنچتا ہے ۲۵ گز بلند کھڑکی پر پہنچتا ہے عرض گلی کا دریافت کرو جواب ۲۷ ۱/۲ گز

(۱۵) ایک گلی کے دورویہ مکان بنے ہوئے ہیں اور اس کے اندر زمین ۳۱ گز کے فاصلہ پر مکان کی حد ۲۲ ۱/۲ گز بلند کھڑکی پر لگا ہوا ہے اور جب اسے اپنی جگہ پر پہنچ کر دوسری طرف لگاتے ہیں تو وہ ۲۳ گز بلند کھڑکی پر پہنچتا ہے عرض گلی کا دریافت کرو جواب ۴۰ ۱/۲ گز

(۱۶) دو آدمی موہن و موہن ایک ہی وقت میں ایک ہی مقام سے چلے موہن تو ٹھیک پورب میں ۲ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جاتا ہے اور موہن کہن میں ۲ ۱/۲ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جاتا ہے تو بتاؤ ان ۳۰ میل کا فاصلہ کتنی دیر میں ہوگا جواب ۴۷ ۱/۲ گھنٹہ

(۱۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۵ فٹ ۴ انچ ہے اور لوگن عمود برابر ہے جو گئے وتر کی تو بتاؤ اس کا عمود کیا ہوگا جواب ۲ فٹ ۷ ۱/۲ انچ

(۱۸) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع آہو اس کا ارتفاع دریافت کرو جواب ۸۷ ۱/۲

(۱۹) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۱۵۴ ہے اور مجموعہ وتر اور عمود کا ۲۴۲ ہے عمود دریافت کرو جواب ۷۲

(۲۰) عمود ۴۸ ہے اور فرق وتر اور قاعدہ کا ۴ ہے تو بتاؤ اس کا وتر کیا ہے جواب ۲۹۰

(۲۱) قاعدہ ایک مثلث قائم الزاویہ کا پانچواں حصہ مجموعہ وتر اور عمود کا ہے تو بتاؤ کم و کم کوئی ایسے تین عدد ہیں جو ضلع مثلث کو تعبیر کریں جواب ۱۶۵ ۱۳۵ ۱۰۵

(۲۲) ایک قصبہ ش قصبہ م سے ۱۵ میل کے فاصلہ پر شمال میں ہے اور ایک شخص مقام

آمین ۴۳ میل مغرب کو قصبہ م سے اور دوسرا شخص مقام ب پر ۲۹ میل مشرق کو قصبہ ش سے رہتا ہے تو بتاؤ ان دونوں شخصوں کے مکانوں میں کیا فاصلہ ہے جواب ۵۷ میل

(۲۳) ایک چٹری ۳۰ فیٹ بلند کھڑی تھی کسی صدمہ اور کسٹھ ٹوٹی اور اوپر سر اوٹکا زمین پر آگزر کے فاصلہ چٹری کی جڑ سے آن لگا تو بناؤ کسٹھ چٹری اوپر ٹوٹی جواب ۲۰ فیٹ
(۲۴) ایک گلی کا عرض اور زینہ کا طول آسمین برابر میں اور زینہ گلی کے عرض میں نہیں پہنچا ہوا پڑا ہوا جیب اوکے ایک ستر کو اٹھا کر گلی کے ایک طرف میں ۵۰ گز بلند مکان پر لگاتے تو دوسرے ستر کو مقابل طرف کی مکانون ۵۰ فیٹ ہٹا کر پڑا ہوا تو بناؤ طول نیہ کا کیا ہے
جواب ۴۵ فیٹ

فصل پنجم

مثلثوں اور مخروطوں وغیرہ کے رقبوں کے بیان میں

(۱) ایک مثلث کا رقبہ اوس صورت میں کہ قاعدہ اور ارتفاع عمودی مثلث کا معلوم ہے دریا کرو

قاعدہ

قاعدہ اور ارتفاع عمودی کا نصف حاصل ضرب رقبہ مثلث کا ہوگا

دلیل قاعدہ

یہ ہے کہ سطح متوازی الاضلاع جس کا قاعدہ اور ارتفاع وہی ہو جو مثلث کا، دو چند مثلث

پہلی مثال ایک مثلث کا قاعدہ ۲۶ جریب اور عمودی ارتفاع ۲۸ جریب ہے رقبہ بتلاؤ

فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہے اور ا ب ۲۶ جریب اور س ۲۸ جریب ہے



متوازی الاضلاع پوری بنائی تو اس متوازی الاضلاع کا ایک ضلع ا ب ۲۶

اور اوس کا فاصلہ مقابل کے ضلع س ۲۸ ہے تو رقبہ اوس کا ۲۸ x ۲۶ ہے لیکن مثلث ا ب س

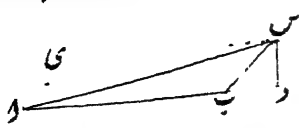
اور س ب م میں ہے ہر ایک نصف متوازی الاضلاع کا ہے اس واسطے ا ب کا رقبہ ۱/۲ (۲۸ x ۲۶)

= ۲۸ جریب م x ۱۳ = ۳۶۴ م جریب = ۳۶۴ بیگہ کی

دوسری مثال ایک مثلث منفرج الزاویہ میں قاعدہ جو زاویہ منفرج کے گرد کے ضلع میں ایک ہے ۵۰ فیٹ ۱/۲

اور ارتفاع عمودی ۳۰ فیٹ ۱/۲ ہے اور رقبہ بتلاؤ کہ کیا ہے

فرض کرو کہ اب س مثلث ہے جس میں اب ۲۲۲ ۱/۲ انچہ اور س دس ۲۳ ۱/۲ انچہ تو س دس



سطح متوازی الاضلاع اب کا ہے اس لئے رقبہ
مثلث اب س کا کہ نصف متوازی الاضلاع اب س

کا ہے ۱/۲ (۲۲۲ ۱/۲ م انچہ \times ۲۳ ۱/۲ م) = ۱۱۱۵۲۵۵۴۲۵ = ۲۸۱۱۵۵۴۲۵ م انچہ یا
۷۱۳۴ و ۳۳۳ م فٹ یہی جواب ہے

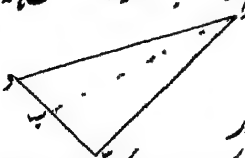
تیسری مثال ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۱۰۰ ہے اور ایک ضلع باقی اضلاع میں ۴۴ ہے تو وہ
وتر کے دریاخت کرو جو زاویہ راس قائمہ سے وتر پر عمود
لگانے سے ہوتے ہیں



مثلاً مثلث قائم الزاویہ اب س میں اس ۱۰۰ ہے اور بس ۴۴ اس کا ۱۰۰-۴۴ یا
۸۸ = ۲۸۱۹۴ جس کا جذر ۲۸۱ = اب

اب بس کو فائدہ مانو تو دو چند رقبہ مثلث کا = ۲۸۱ \times ۴۴ = ۱۲۴۸۴ اس کو فائدہ مقرر کریں
تو دو چند رقبہ مثلث کا = ۱۰۰ \times اب دس ۱۰۰ گن اب دس = ۲۸۱ \times ۴۴ = ۱۲۴۸۴
پس جب مثلث اب دس میں اضلاع اب اور ب معلوم ہونگے تو اس دس معلوم ہو گا اور
اسیو اس دس = ۹۲۵۱۴ یہی جواب ہے

چوتھی مثال ایک کونہ کہیت اس ہے جس میں کونہ س کا قائمہ ہے اور ایک خط اب
ایسا کھینچا کہ کہیت کو اسیر دو حصوں میں تقسیم کرتا کہ ایک انہیں کا اب دس جارونین حصہ کل کہیت
اور بس ۱۸۲ گٹھ اور اس ۴۲۴ گٹھ ہے رقبہ مثلث کا دیا کرو
چونکہ اب دس کل مثلث کا چار نو ان حصہ ہے باقی پانچ نو ان حصہ ہونگا اور



اسیو مثلث اب س اور اس میں ایسی نسبت ہوگی جیسا کہ کوہرہ سے لیکن اب س ہے
۱/۲ (۱۸۲ \times ۴۲۴) تو ۴۴ پانچ نو ان حصہ اب س کے ۲۲۱۱۵۲ اسو س ہونگے یا ۵۱۱ بیگہ اور

جیسا کہ مثلث دوس کا تقسیم ہوا ہر ایسا ہی خط دس تقسیم ہوا یعنی اون میں ایک ہی نسبت ہو اس کے مثلثوں میں
 جنکی ارتفاع ایک ہی ہو یعنی نسبت ہوتی ہے جیسا کہ اوپر قاعدوں میں مثال میں اس کا اثبات اس طرح ہے کہ مثلث ادب =
 ادب × نصف ارتفاع اس = د مثلث ادب س = بس × نصف ارتفاع اس اس سے اس کا ادب کو اب س سے دہ نسبت
 جو ادب کو چھٹے بس سے ۱۲

مثالیں مشق کی واسطی (۳)

- (۱) ایک مثلث کا قاعدہ ۴۷ جریب اور ارتفاع ۵۵ جریب ہے رقبہ اس کا بتلاؤ جواب ۱۲۵۲ ۱/۲ بگیہ
- (۲) ایک مثلث قائم الزاویہ کے ضلع جو ایک دوسرے پر عمود ہیں ۲۵ گز و ۲۸ گز میں رقبہ اس کا بتلاؤ جواب ۱۷۰ گز
- (۳) ایک مثلث متساوی الساقین کا قاعدہ ۱۰ فیٹ ۵ انچ اور ارتفاع ۷ فیٹ ۷ انچ ہے تو بناؤ
 اسکی سطح کی مساحت کیا ہوگی جواب ۳۵ م فٹ ۸ ۱/۲ انچ
- (۴) ایک مثلث قائم الزاویہ کے ضلع جو ایک دوسرے پر عمود ہیں ۱۰۰ فیٹ ۷ انچ اور ۱۴۰ فیٹ ۷ انچ ہیں
 اس کا رقبہ بتلاؤ کہ کے مربع گز ہوگا جواب ۱۰۴۱۰۴ ۱/۲ م گز
- (۵) کتنے مربع گز وہ مثلث ہوگا جس کا قاعدہ ۱۳ ۱/۲ پل اور ارتفاع ۲۸ ۱/۲ پل ہے جواب ۵۷۵ ۱/۲
- (۶) کتنے مربع فیٹ رقبہ اس مثلث کا ہوگا کہ جس کا قاعدہ ۸ ۱/۲ گز اور ارتفاع ۷ ۱/۲ انچ ہے جواب ۴۹۸ ۱/۲
- (۷) ایک مکعبیہ مکال ہے اور اس کا پہا جو دوسرے پہا کے برابر ہے اور یہ قائم بنا بنا ہوا ہے ۷ فیٹ ۷ انچ ہے
 رقبہ اس کا ۱۰۰ م فیٹ ہے تو اسکی دوسرے پہا کی طول کیا ہوگا جواب ۲۰ فیٹ ۴ ۱/۲ انچ
- (۸) ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۱۲ ۱/۲ گز ہے اور ایک ضلع باقی ضلعوں کے ۱۲ اگر وہ اس کا رقبہ بناؤ جواب ۱۲ م گز
- (۹) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۴۷ ۱/۲ گزی اور وتر ۵۷ ۱/۲ گزی ہے تو اس کا رقبہ کے ایک گز ہوگا
 جواب ۱۷۷۱ ۱/۲ ایکڑ

- (۱۰) مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۳۷ ۱/۲ گز اور عمود ۱۲ ۱/۲ گز ہے رقبہ بتلاؤ جواب ۳۷ ۱/۲
- (۱۱) مثلث قائم الزاویہ کا رقبہ ایک بگیہ ۱۰۷ سو ہے اور قاعدہ ۲ گز ہے تو بناؤ دوسرے پہا کی طول کیا ہوگا جواب ۵۷ جریب
- (۱۲) مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۲۰۸ گز اور قاعدہ اوپر عمود ہیں ۵۷ اور ۱۲ گزی ہے تو اس کا رقبہ بتلاؤ جواب ۷۷۱

(۱۳) فرض کرو کہ ایک مثلث مساوی ساقین کی ہر ساق ۴۰ فٹ ہو اور قاعدہ ۴۰ فٹ

تو اس کے برابر مثلثوں کی زمین اکثریت میں کچھ ایسا ہوگی جواب ۲۹۵۸ ۱/۴ ایکڑ

(۱۴) ایک مثلث مساوی الاضلاع کا ایک ضلع ۳۸ گز ہو تو بناؤ اور اس کا رقبہ کیا ہوگا جواب ۲۱۸ ۱/۴ فٹ

(۱۵) ایک مثلث کا ضلع ۱۲۲۵ اور اس کا ۲۵۲ اور اس کا ۵۳ ہو اور اس کا ۱۲۳ پر عمود

لگا لاجا کہ وہ ۱۳۵۵ ہو تو بناؤ جو عمود سے اس کا لگا لاجا ہوگا اور اس کا کیا طول ہوگا جواب ۲۱۸ ۱/۴

(۱۶) ایک مثلث قائم الزاویہ کا عمود ۳۲ ہو اور قاعدہ ۴۲ ہو تو اس کا عمود کا طول دریا کرو کہ اس

قاعدہ پر نکالا جاوے جواب ۲۷۶۴۳

(۱۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر کا وتر ۸ ہے اور باقی ضلعوں میں ایک ضلع ۷ ہے اگر وتر کو قاعدہ

مثلث کا مقرر کرین تو ارتفاع کیا ہوگا جواب ۳۲۶۴۱۱۸

(۱۸) اگر مربع کا ایک ضلع ۱۴۳۵ ۱/۴ گز ہو اور اس کا رقبہ اس مثلث کے رقبہ کی برابر ہو جس کا

ارتفاع ۲۱۲۴ ۱/۴ سے تو بناؤ قاعدہ مثلث کا کیا ہوگا جواب ۱۲۴ گز

(۱۹) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۴۷۶۵ ۱/۴ ہے اور وتر ۴۲۸۴ ۱/۴ طول میں زیادہ نسبت عمود کے

تو اس کا رقبہ بتلاؤ جواب ۱۳۸۸۵۰۱۲

(۲۰) ایک مثلث اس میں اضلاع ۱۲ اور اس میں ایک اوید قائمہ بنائے ہیں اور اس کا طول ۱۴ فٹ

اور اس میں اس کے برابر عمود لگا لاجا تو بناؤ اور اس کا کیا طول ہوگا

جواب ۷۹۲ ۱/۴ اور ۷۹۲۰۸ ۱/۴ فٹ

(۲۱) ایک مثلث منفرج الزاویہ کا زاویہ اس منفرج ہے اور اس کا ضلع اس ۲۳ فٹ ۹ ۱/۴

اور فاصلہ عمودی اس سے اس تک ۵ فٹ ۱۱ ۱/۴ ہے اب اگر اس سے اس تک خطوط کھینچ جاویں

جو مثلث کو تین الیہ حصوں میں تقسیم کریں کہ دوسرا حصہ پہلے ڈیوڑھا ہو اور تیسرا حصہ دوسرے

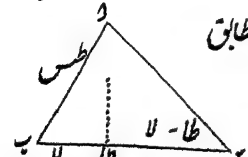
سے ڈیوڑھا تو بناؤ ہر ایک حصہ کا رقبہ کیا ہوگا جواب ۴۲ گز ۳ فٹ ۱۱ ۱/۴ اور ۴۲ گز ۵ فٹ ۹ ۱/۴

(۲۲) مثلث کے تینوں ضلعے معلوم ہیں اور اس کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ

تینوں ضلعوں کو جمع کروا دھال جمع کو نصف کروا اور اس نصف میں سے ہر ایک ضلع کو تفریق کرو
اور جو تین حاصل تفریق حاصل ہوں ان کو اور نصف مجموعہ ضلع کو اسی تین ضرب اور حاصل ضرب کا
جذر نکال لو تو حاصل رقبہ ہوگا

حاشیہ تینوں ضلعوں کو معلوم کر کے رقبہ کا دریافت کرنا ایک جھگڑے کا عمل ہے اور اس میں محنت بہت بڑھتی ہے
اسلئے یہ پالیس کر نیوالے اکثر قاعدہ اور ارتفاع ہی کی پالیس کر کے کارروائی کرنے ہیں اور تینوں ضلعوں کی پالیس
کر نیکی تکلف انچا و پر گوارا نہیں کرتے یہی کہیں مجبوری آن بڑھتی ہے تو تینوں ضلعوں کی پالیس کرتے
ہیں اس قاعدہ کا ثبوت بھی بغیر جبر متقابلہ یا علم ہندسہ کے جانتے سمجھ میں نہیں نکلتا ایک ثبوت اس کا جبر متقابلہ
سے لکھتے ہیں فرض کرو کہ ضلع جو مقابلہ اولوں و دس کے ہیں ط و طب طس سے تعبیر ہوئے ہیں
اور جو دس ط و دھصول لا اور ط - لا تینیم ہوتا ہے پس او غور کے مطابق



طس - لا = طب - ط + ط - لا - لا پس معلوم ہوا کہ

$$لا = \frac{1}{2} (ط + طس + طب) \text{ اب بجایو جو دس کے } طس - لا \text{ لیں تو رقبہ مثلث کا } \frac{1}{2} (طس - لا)$$

$$یا \frac{1}{2} (ط + طس + لا) (طس - لا) \text{ اسکی انداز کے قیمت مذکور کے رکھتے سے } طس + لا =$$

$$\frac{1}{2} (ط + طس - ط + ط + طس) یا \frac{1}{2} (ط + طس + طس) (ط + طس - ط) اور$$

$$طس - لا = \frac{1}{2} (طس - ط + ط + طس) یا \frac{1}{2} (ط + طس - طس) (ط + طس - ط)$$

$$پس رقبہ = \frac{1}{2} (ط + طس + لا) (طس - لا) =$$

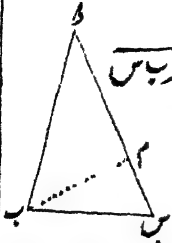
$$\frac{1}{2} (ط + طس + طس) (ط + طس - ط) یا \frac{1}{2} (ط + طس - طس) (ط + طس + ط)$$

اور یہی قاعدہ ہے

پہلی مثال

ایک مثلث کی ضلع ۲، ۵، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۷۵، ۷۶، ۷۷، ۷۸، ۷۹، ۸۰، ۸۱، ۸۲، ۸۳، ۸۴، ۸۵، ۸۶، ۸۷، ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۵، ۹۶، ۹۷، ۹۸، ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲، ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۵، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۰۸، ۱۰۹، ۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۳، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۲۸، ۱۲۹، ۱۳۰، ۱۳۱، ۱۳۲، ۱۳۳، ۱۳۴، ۱۳۵، ۱۳۶، ۱۳۷، ۱۳۸، ۱۳۹، ۱۴۰، ۱۴۱، ۱۴۲، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۴۷، ۱۴۸، ۱۴۹، ۱۵۰، ۱۵۱، ۱۵۲، ۱۵۳، ۱۵۴، ۱۵۵، ۱۵۶، ۱۵۷، ۱۵۸، ۱۵۹، ۱۶۰، ۱۶۱، ۱۶۲، ۱۶۳، ۱۶۴، ۱۶۵، ۱۶۶، ۱۶۷، ۱۶۸، ۱۶۹، ۱۷۰، ۱۷۱، ۱۷۲، ۱۷۳، ۱۷۴، ۱۷۵، ۱۷۶، ۱۷۷، ۱۷۸، ۱۷۹، ۱۸۰، ۱۸۱، ۱۸۲، ۱۸۳، ۱۸۴، ۱۸۵، ۱۸۶، ۱۸۷، ۱۸۸، ۱۸۹، ۱۹۰، ۱۹۱، ۱۹۲، ۱۹۳، ۱۹۴، ۱۹۵، ۱۹۶، ۱۹۷، ۱۹۸، ۱۹۹، ۲۰۰، ۲۰۱، ۲۰۲، ۲۰۳، ۲۰۴، ۲۰۵، ۲۰۶، ۲۰۷، ۲۰۸، ۲۰۹، ۲۱۰، ۲۱۱، ۲۱۲، ۲۱۳، ۲۱۴، ۲۱۵، ۲۱۶، ۲۱۷، ۲۱۸، ۲۱۹، ۲۲۰، ۲۲۱، ۲۲۲، ۲۲۳، ۲۲۴، ۲۲۵، ۲۲۶، ۲۲۷، ۲۲۸، ۲۲۹، ۲۳۰، ۲۳۱، ۲۳۲، ۲۳۳، ۲۳۴، ۲۳۵، ۲۳۶، ۲۳۷، ۲۳۸، ۲۳۹، ۲۴۰، ۲۴۱، ۲۴۲، ۲۴۳، ۲۴۴، ۲۴۵، ۲۴۶، ۲۴۷، ۲۴۸، ۲۴۹، ۲۵۰، ۲۵۱، ۲۵۲، ۲۵۳، ۲۵۴، ۲۵۵، ۲۵۶، ۲۵۷، ۲۵۸، ۲۵۹، ۲۶۰، ۲۶۱، ۲۶۲، ۲۶۳، ۲۶۴، ۲۶۵، ۲۶۶، ۲۶۷، ۲۶۸، ۲۶۹، ۲۷۰، ۲۷۱، ۲۷۲، ۲۷۳، ۲۷۴، ۲۷۵، ۲۷۶، ۲۷۷، ۲۷۸، ۲۷۹، ۲۸۰، ۲۸۱، ۲۸۲، ۲۸۳، ۲۸۴، ۲۸۵، ۲۸۶، ۲۸۷، ۲۸۸، ۲۸۹، ۲۹۰، ۲۹۱، ۲۹۲، ۲۹۳، ۲۹۴، ۲۹۵، ۲۹۶، ۲۹۷، ۲۹۸، ۲۹۹، ۳۰۰، ۳۰۱، ۳۰۲، ۳۰۳، ۳۰۴، ۳۰۵، ۳۰۶، ۳۰۷، ۳۰۸، ۳۰۹، ۳۱۰، ۳۱۱، ۳۱۲، ۳۱۳، ۳۱۴، ۳۱۵، ۳۱۶، ۳۱۷، ۳۱۸، ۳۱۹، ۳۲۰، ۳۲۱، ۳۲۲، ۳۲۳، ۳۲۴، ۳۲۵، ۳۲۶، ۳۲۷، ۳۲۸، ۳۲۹، ۳۳۰، ۳۳۱، ۳۳۲، ۳۳۳، ۳۳۴، ۳۳۵، ۳۳۶، ۳۳۷، ۳۳۸، ۳۳۹، ۳۴۰، ۳۴۱، ۳۴۲، ۳۴۳، ۳۴۴، ۳۴۵، ۳۴۶، ۳۴۷، ۳۴۸، ۳۴۹، ۳۵۰، ۳۵۱، ۳۵۲، ۳۵۳، ۳۵۴، ۳۵۵، ۳۵۶، ۳۵۷، ۳۵۸، ۳۵۹، ۳۶۰، ۳۶۱، ۳۶۲، ۳۶۳، ۳۶۴، ۳۶۵، ۳۶۶، ۳۶۷، ۳۶۸، ۳۶۹، ۳۷۰، ۳۷۱، ۳۷۲، ۳۷۳، ۳۷۴، ۳۷۵، ۳۷۶، ۳۷۷، ۳۷۸، ۳۷۹، ۳۸۰، ۳۸۱، ۳۸۲، ۳۸۳، ۳۸۴، ۳۸۵، ۳۸۶، ۳۸۷، ۳۸۸، ۳۸۹، ۳۹۰، ۳۹۱، ۳۹۲، ۳۹۳، ۳۹۴، ۳۹۵، ۳۹۶، ۳۹۷، ۳۹۸، ۳۹۹، ۴۰۰، ۴۰۱، ۴۰۲، ۴۰۳، ۴۰۴، ۴۰۵، ۴۰۶، ۴۰۷، ۴۰۸، ۴۰۹، ۴۱۰، ۴۱۱، ۴۱۲، ۴۱۳، ۴۱۴، ۴۱۵، ۴۱۶، ۴۱۷، ۴۱۸، ۴۱۹، ۴۲۰، ۴۲۱، ۴۲۲، ۴۲۳، ۴۲۴، ۴۲۵، ۴۲۶، ۴۲۷، ۴۲۸، ۴۲۹، ۴۳۰، ۴۳۱، ۴۳۲، ۴۳۳، ۴۳۴، ۴۳۵، ۴۳۶، ۴۳۷، ۴۳۸، ۴۳۹، ۴۴۰، ۴۴۱، ۴۴۲، ۴۴۳، ۴۴۴، ۴۴۵، ۴۴۶، ۴۴۷، ۴۴۸، ۴۴۹، ۴۵۰، ۴۵۱، ۴۵۲، ۴۵۳، ۴۵۴، ۴۵۵، ۴۵۶، ۴۵۷، ۴۵۸، ۴۵۹، ۴۶۰، ۴۶۱، ۴۶۲، ۴۶۳، ۴۶۴، ۴۶۵، ۴۶۶، ۴۶۷، ۴۶۸، ۴۶۹، ۴۷۰، ۴۷۱، ۴۷۲، ۴۷۳، ۴۷۴، ۴۷۵، ۴۷۶، ۴۷۷، ۴۷۸، ۴۷۹، ۴۸۰، ۴۸۱، ۴۸۲، ۴۸۳، ۴۸۴، ۴۸۵، ۴۸۶، ۴۸۷، ۴۸۸، ۴۸۹، ۴۹۰، ۴۹۱، ۴۹۲، ۴۹۳، ۴۹۴، ۴۹۵، ۴۹۶، ۴۹۷، ۴۹۸، ۴۹۹، ۵۰۰، ۵۰۱، ۵۰۲، ۵۰۳، ۵۰۴، ۵۰۵، ۵۰۶، ۵۰۷، ۵۰۸، ۵۰۹، ۵۱۰، ۵۱۱، ۵۱۲، ۵۱۳، ۵۱۴، ۵۱۵، ۵۱۶، ۵۱۷، ۵۱۸، ۵۱۹، ۵۲۰، ۵۲۱، ۵۲۲، ۵۲۳، ۵۲۴، ۵۲۵، ۵۲۶، ۵۲۷، ۵۲۸، ۵۲۹، ۵۳۰، ۵۳۱، ۵۳۲، ۵۳۳، ۵۳۴، ۵۳۵، ۵۳۶، ۵۳۷، ۵۳۸، ۵۳۹، ۵۴۰، ۵۴۱، ۵۴۲، ۵۴۳، ۵۴۴، ۵۴۵، ۵۴۶، ۵۴۷، ۵۴۸، ۵۴۹، ۵۵۰، ۵۵۱، ۵۵۲، ۵۵۳، ۵۵۴، ۵۵۵، ۵۵۶، ۵۵۷، ۵۵۸، ۵۵۹، ۵۶۰، ۵۶۱، ۵۶۲، ۵۶۳، ۵۶۴، ۵۶۵، ۵۶۶، ۵۶۷، ۵۶۸، ۵۶۹، ۵۷۰، ۵۷۱، ۵۷۲، ۵۷۳، ۵۷۴، ۵۷۵، ۵۷۶، ۵۷۷، ۵۷۸، ۵۷۹، ۵۸۰، ۵۸۱، ۵۸۲، ۵۸۳، ۵۸۴، ۵۸۵، ۵۸۶، ۵۸۷، ۵۸۸، ۵۸۹، ۵۹۰، ۵۹۱، ۵۹۲، ۵۹۳، ۵۹۴، ۵۹۵، ۵۹۶، ۵۹۷، ۵۹۸، ۵۹۹، ۶۰۰، ۶۰۱، ۶۰۲، ۶۰۳، ۶۰۴، ۶۰۵، ۶۰۶، ۶۰۷، ۶۰۸، ۶۰۹، ۶۱۰، ۶۱۱، ۶۱۲، ۶۱۳، ۶۱۴، ۶۱۵، ۶۱۶، ۶۱۷، ۶۱۸، ۶۱۹، ۶۲۰، ۶۲۱، ۶۲۲، ۶۲۳، ۶۲۴، ۶۲۵، ۶۲۶، ۶۲۷، ۶۲۸، ۶۲۹، ۶۳۰، ۶۳۱، ۶۳۲، ۶۳۳، ۶۳۴، ۶۳۵، ۶۳۶، ۶۳۷، ۶۳۸، ۶۳۹، ۶۴۰، ۶۴۱، ۶۴۲، ۶۴۳، ۶۴۴، ۶۴۵، ۶۴۶، ۶۴۷، ۶۴۸، ۶۴۹، ۶۵۰، ۶۵۱، ۶۵۲، ۶۵۳، ۶۵۴، ۶۵۵، ۶۵۶، ۶۵۷، ۶۵۸، ۶۵۹، ۶۶۰، ۶۶۱، ۶۶۲، ۶۶۳، ۶۶۴، ۶۶۵، ۶۶۶، ۶۶۷، ۶۶۸، ۶۶۹، ۶۷۰، ۶۷۱، ۶۷۲، ۶۷۳، ۶۷۴، ۶۷۵، ۶۷۶، ۶۷۷، ۶۷۸، ۶۷۹، ۶۸۰، ۶۸۱، ۶۸۲، ۶۸۳، ۶۸۴، ۶۸۵، ۶۸۶، ۶۸۷، ۶۸۸، ۶۸۹، ۶۹۰، ۶۹۱، ۶۹۲، ۶۹۳، ۶۹۴، ۶۹۵، ۶۹۶، ۶۹۷، ۶۹۸، ۶۹۹، ۷۰۰، ۷۰۱، ۷۰۲، ۷۰۳، ۷۰۴، ۷۰۵، ۷۰۶، ۷۰۷، ۷۰۸، ۷۰۹، ۷۱۰، ۷۱۱، ۷۱۲، ۷۱۳، ۷۱۴، ۷۱۵، ۷۱۶، ۷۱۷، ۷۱۸، ۷۱۹، ۷۲۰، ۷۲۱، ۷۲۲، ۷۲۳، ۷۲۴، ۷۲۵، ۷۲۶، ۷۲۷، ۷۲۸، ۷۲۹، ۷۳۰، ۷۳۱، ۷۳۲، ۷۳۳، ۷۳۴، ۷۳۵، ۷۳۶، ۷۳۷، ۷۳۸، ۷۳۹، ۷۴۰، ۷۴۱، ۷۴۲، ۷۴۳، ۷۴۴، ۷۴۵، ۷۴۶، ۷۴۷، ۷۴۸، ۷۴۹، ۷۵۰، ۷۵۱، ۷۵۲، ۷۵۳، ۷۵۴، ۷۵۵، ۷۵۶، ۷۵۷، ۷۵۸، ۷۵۹، ۷۶۰، ۷۶۱، ۷۶۲، ۷۶۳، ۷۶۴، ۷۶۵، ۷۶۶، ۷۶۷، ۷۶۸، ۷۶۹، ۷۷۰، ۷۷۱، ۷۷۲، ۷۷۳، ۷۷۴، ۷۷۵، ۷۷۶، ۷۷۷، ۷۷۸، ۷۷۹، ۷۸۰، ۷۸۱، ۷۸۲، ۷۸۳، ۷۸۴، ۷۸۵، ۷۸۶، ۷۸۷، ۷۸۸، ۷۸۹، ۷۹۰، ۷۹۱، ۷۹۲، ۷۹۳، ۷۹۴، ۷۹۵، ۷۹۶، ۷۹۷، ۷۹۸، ۷۹۹، ۸۰۰، ۸۰۱، ۸۰۲، ۸۰۳، ۸۰۴، ۸۰۵، ۸۰۶، ۸۰۷، ۸۰۸، ۸۰۹، ۸۱۰، ۸۱۱، ۸۱۲، ۸۱۳، ۸۱۴، ۸۱۵، ۸۱۶، ۸۱۷، ۸۱۸، ۸۱۹، ۸۲۰، ۸۲۱، ۸۲۲، ۸۲۳، ۸۲۴، ۸۲۵، ۸۲۶، ۸۲۷، ۸۲۸، ۸۲۹، ۸۳۰، ۸۳۱، ۸۳۲، ۸۳۳، ۸۳۴، ۸۳۵، ۸۳۶، ۸۳۷، ۸۳۸، ۸۳۹، ۸۴۰، ۸۴۱، ۸۴۲، ۸۴۳، ۸۴۴، ۸۴۵، ۸۴۶، ۸۴۷، ۸۴۸، ۸۴۹، ۸۵۰، ۸۵۱، ۸۵۲، ۸۵۳، ۸۵۴، ۸۵۵، ۸۵۶، ۸۵۷، ۸۵۸، ۸۵۹، ۸۶۰، ۸۶۱، ۸۶۲، ۸۶۳، ۸۶۴، ۸۶۵، ۸۶۶، ۸۶۷، ۸۶۸، ۸۶۹، ۸۷۰، ۸۷۱، ۸۷۲، ۸۷۳، ۸۷۴، ۸۷۵، ۸۷۶، ۸۷۷، ۸۷۸، ۸۷۹، ۸۸۰، ۸۸۱، ۸۸۲، ۸۸۳، ۸۸۴، ۸۸۵، ۸۸۶، ۸۸۷، ۸۸۸، ۸۸۹، ۸۹۰، ۸۹۱، ۸۹۲، ۸۹۳، ۸۹۴، ۸۹۵، ۸۹۶، ۸۹۷، ۸۹۸، ۸۹۹، ۹۰۰، ۹۰۱، ۹۰۲، ۹۰۳، ۹۰۴، ۹۰۵، ۹۰۶، ۹۰۷، ۹۰۸، ۹۰۹، ۹۱۰، ۹۱۱، ۹۱۲، ۹۱۳، ۹۱۴، ۹۱۵، ۹۱۶، ۹۱۷، ۹۱۸، ۹۱۹، ۹۲۰، ۹۲۱، ۹۲۲، ۹۲۳، ۹۲۴، ۹۲۵، ۹۲۶، ۹۲۷، ۹۲۸، ۹۲۹، ۹۳۰، ۹۳۱، ۹۳۲، ۹۳۳، ۹۳۴، ۹۳۵، ۹۳۶، ۹۳۷، ۹۳۸، ۹۳۹، ۹۴۰، ۹۴۱، ۹۴۲، ۹۴۳، ۹۴۴، ۹۴۵، ۹۴۶، ۹۴۷، ۹۴۸، ۹۴۹، ۹۵۰، ۹۵۱، ۹۵۲، ۹۵۳، ۹۵۴، ۹۵۵، ۹۵۶، ۹۵۷، ۹۵۸، ۹۵۹، ۹۶۰، ۹۶۱، ۹۶۲، ۹۶۳، ۹۶۴، ۹۶۵، ۹۶۶، ۹۶۷، ۹۶۸، ۹۶۹، ۹۷۰، ۹۷۱، ۹۷۲، ۹۷۳، ۹۷۴، ۹۷۵، ۹۷۶، ۹۷۷، ۹۷۸، ۹۷۹، ۹۸۰، ۹۸۱، ۹۸۲، ۹۸۳، ۹۸۴، ۹۸۵، ۹۸۶، ۹۸۷، ۹۸۸، ۹۸۹، ۹۹۰، ۹۹۱، ۹۹۲، ۹۹۳، ۹۹۴، ۹۹۵، ۹۹۶، ۹۹۷، ۹۹۸، ۹۹۹، ۱۰۰۰

تجسکا جذر ۲۲۴۴ گز = ۱۴۰ ایکڑ ۲ روڈ ۲۱ ۴/۱۱ برج کے



دوسری مثال ایک مثلث کا ضلع ۱۲۵ ہے اور اس ۲۵۲ ہے اور بس

۱۵۳-۱۵۳ تو اس عمود کو دریافت کرو جو ہے اس پر نکالاجو نصف مجموعہ ضلع

۳۱۵ ہے اور قیہ ہے جذر ۳۱۵ × ۹ × ۴۳ × ۱۱۴۲ اور اسکی

معنی یہ ہیں کہ جذر ۳۱۵ × ۹ × ۳۱۵ = ۳۲۴ × ۳۱۵ = ۱۸ × ۳ × ۳۱۵ لیکن رقبہ مثلث کا برابر ہے

۱/۲ (اس × ب م) یعنی ۲۴ گنا ب م = ۱۸ × ۳ × ۳۱۵ / ۲ ب م برابر ہے ۳ × ۳۱۵ ÷ ۷

یعنی ۱۳۵ ہے یہی جواب ہے

دوسری ترکیب یہ ہے کہ ۱/۲ = ۱/۲ ب م اور س م = ب س - ب م اب تقریبی کرنے سے

۱/۲ س م = ۱/۲ ب س - ب س یعنی (۱/۲ س م) (۱/۲ س م) = (۱/۲ ب س + ب س) (۱/۲ ب س - ب س)

یعنی ۲۵۲ × (۱/۲ س م) = ۷۲۳ × ۸ = ۷۲۳ × ۸ = ۵۷۸۴ یہاں سے معلوم ہوا کہ ۱/۲ س م = ۱۰۸

یہ فرق اون مقداروں کا ہے جسکا مجموعہ ۲۵۲ ہے تو جمع کرنے سے دو چند بڑی مقدار کا معلوم ہوگا

پس معلوم ہوا کہ ۱۰۸ ہے جب ۱/۲ ب اور ۱/۲ س معلوم ہو گئے تو ب م آسانی سے معلوم ہو جائیگا

تیسری مثال دو کھیت میں ایک مربع اور دوسرا مثلث اور ان دونوں کا قیہ سبب برابر اور مثلث

کے ضلعوں کا نصف مجموعہ ۳۹۳ ۱/۲ گز ہے اور قاعدہ ۷۷ گز ٹرا ایک ضلع ۳۷ اور ۳۷ گز ٹرا دوسرے

ضلع سے ہے تو بتاؤ مثلث کھیت کی مینڈاؤس مربع کھیت کی مینڈاؤس سے کس قدر بڑی ہوگی

ایک مثلث مساوی الاضلاع جو قاعدہ ۵۷ پر مثلث کھیت کے بنایا جاوے تو اسکا مجموعہ ضلع بقدر

۵۷ + ۳۸ = ۹۵ گز مثلث کھیت کی مجموعہ ضلع سے زیادہ ہوگا اسکا ۱/۲ (۷۷ + ۹۵) گز ۳۳

= ۲۹۴ گز یہ قاعدہ ہوا اور اسی سبب ۱۲۳ اور ۱۲۵ اور ضلع ہوئے اور رقبہ اسکا

۳۵ × ۲۴ = ۸۴۰ گز ہو اس جس مربع کا رقبہ یہ ہو اسکا ایک ضلع اس رقبہ کا جذر ہوگا یعنی

۲۸ × ۳۷ = ۱۰۳۷ گز اور اسلئے اسکا مجموعہ ضلع ۷۷ + ۲۸ + ۳۷ گز ہوئی اور مثلث کا مجموعہ ضلع

۸۷ گز ہے

پس مثلث کہیت کی مینڈ ۱۰۵ گز بڑے مربع کہیت سے ہوگی

مثالیں مشق کی واسطی (۴)

(۱) ایک مثلث کا رقبہ بتلاؤ جسکی ضلعے ۱۷ و ۵ و ۶ گز ہوں جواب ۹۶۲۱۵۶۷

(۲) ایک مثلث کا رقبہ بتلاؤ جسکی ضلعے ۵۵ و ۹ و ۸ گز ہوں جواب ۱۴۶۹۹۷۵ م گز

(۳) ایک کہیت مثلث ہے اور اسکی ضلعے ۶۵ و ۳۶ و ۱۷۵ گز ہیں رقبہ بتلاؤ

جواب ۲ ایکڑ ۳۶۷۷۷ برح

(۴) ایک مثلث کہیت کے ضلعے ۶۵ و ۸ و ۱۸۰۰ گز ہیں رقبہ بتلاؤ

جواب ۲ ایکڑ ۲ روڈ ۴۷۰۴ پل

(۵) بتلاؤ کیا لگان اوس کہیت کا ہوگا جسکے ضلعے ۷۰ و ۲۷۷ و ۲۲۵۰ گز ہیں

شرح ہے فی ایکڑ جواب ۶۹ روپہ ۰۷

(۶) جو مربع رقبہ میں برابر اوس مثلث کی ہو جسکی ضلعے ۵۰ و ۸۰ و ۸۰ فیٹ ہوں تو اسکا

ضلع کیا ہوگا جواب ۲۲۲ و ۱۷۴ گز

(۷) قاعدہ ایک مثلث کا ۱۸۴ ہوا اور اسکی ضلعے ۱۵ و ۶۵ ہیں اسکی ارتفاع دریا کرو جواب ۱۳۲

(۸) ایک مثلث کا قاعدہ ۲۵۶ گز ہے اور اسکی ضلعے ۳۷ و ۵۶ گز ہیں تو اسکا رقبہ اور ارتفاع

عمودی دریافت کرو جواب ۳ روڈ ۳۷۷ و ۳۵۷ پل اور ۸۷ و ۲۲۶ گز

(۹) ایک سبزہ زار مثلث ہے اور اسکی ضلعے ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ کی نسبت کہتے ہیں اور کل مینڈ اسکی

۱۰۰ گز ہے تو بتلاؤ اسکا رقبہ کیا ہے جواب ۷۷ و ۷۷ گز

(۱۰) دو رقبہ کے دو متوازی ضلعے اور عمودی ان ضلعے متوازیہ کا معلوم رقبہ اسکا دریا کرو

قاعدہ

دونو خطوط متوازی کی مجموعہ کو نصف فاصلہ عمودی میں دیں حاصل ضرب رقبہ دو رقبہ کا ہوگا

مثال

رقبہ ذوزفقہ اوس دکا دریافت کر جس کے اضلاع متوازیہ اوب اور دس ۱۰۴۲۳۴ اور ۱۰۴۲۳۴

انچہ میں اور اوس کا عرض سی ۱۹۲ انچہ ہے
 اب ذوزفقہ دو مثلثوں اوس اور اس ب میں تقسیم ہوتی ہے
 اور رقبہ ہر مثلث کا $\frac{1}{2}$ (دس x سی) اور رقبہ دوسرے مثلث کا $\frac{1}{2}$ (اوب x سی) ہر ایک پر دو
 مثلثوں کا فکرت $\frac{1}{2}$ [(اوب + دس) x سی] یا (اوب + دس) x $\frac{1}{2}$ سی ہر ایک
 ۱۰۴۲۳۴ x ۱۹۲ = ۱۵۵۴۸۱ انچہ یا ۱۰۴۲۳۴ x ۱۰۴۲۳۴ = ۱۰۴۲۳۴

مثالیں مشق کے واسطے (۵)

(۱) اوس ذوزفقہ کا رقبہ کیا ہو جس کی اضلاع متوازیہ ۳۴ و ۴۴ فٹ ہیں اور بعد عمود انہیں
 ۴۰ فٹ ہے جواب ۴۰ م گز

(۲) ایک ذوزفقہ کھیت کی اضلاع ۱۸۵۴ اور ۱۴۲۳ کڑی ہیں اور اونچو درمیان عمود کا
 طول ۱۱۵۰ کڑی ہے اوس کا رقبہ ایکڑوں میں بتلاؤ جواب ۳۰ ایکڑ ۸۸۵۰۰ پاول

(۳) ایک تختہ ۹ انچہ عرض کا ہے اور اوس کے دو متوازی کنارے افٹ ۱۸ انچہ اور افٹ ۴۰ انچہ ہیں
 تو بتاؤ وہ ایک گز مربع کا کونسا حصہ ہوگا جواب $\frac{۴۱}{۲۸۸}$

(۴) ذوزفقہ کی شکل کا ایک ملک ہے اور اوس کی حدود متوازیہ طول میں ۲۴۶ و ۲۱۴ میل ہیں
 اور اوس کا عرض ۱۴۵ میل ہے تو بتاؤ اوس کا رقبہ کے ایکڑ ہوگا جواب ۲۲۸۲۸۸۰۰ ایکڑ

(۵) ایک ذوزفقہ کا ایک ضلع متوازی ضلعوں میں بہ نسبت دوسری ۲ انچہ بڑا ہے
 اور عرض ۷ انچہ ہے اور رقبہ $\frac{1}{2}$ م انچہ ہے تو بتاؤ ہر ایک متوازی ضلع کیا ہے

جواب $\frac{1}{2}$ م انچہ اور $\frac{1}{2}$ م انچہ

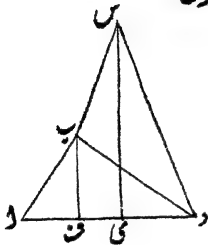
(۶) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ برابر ایک ذوزفقہ کی رقبہ کے ہے اور اس ذوزفقہ کے
 اضلاع متوازیہ $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{2}$ ایک انچہ کے ہیں اور عرض $\frac{1}{2}$ انچہ ہے تو مثلث کا ضلع بتلاؤ کہ

کیا ہوگا جواب ۳۴۶۸ و ۳۴۶۸ انچہ

(۴) قواعد مذکور ہندسہ بیان ہے کہ شکل مستطیل الاضلاع میں ضلعے سے زیادہ ضلع کے خواہ کیسی سے بیفا عدہ ہوا و سکار قبہ سطح سے دریافت ہو سکتا ہے کہ اوس شکل کو اول مثلثوں اور ذوزنقون میں تقسیم کریں اور پھر ان مثلثوں اور ذوزنقون کے رقبہ کو جمع کریں حاصل ہو کل شکل کا رقبہ ہوگا

پہلی مثال

فرض کرو کہ دب س د کہیت کی سطح ایک ساح نے پائیش کی ہو کہ آ سے ق تک ۱۴۰ کڑی اور پھر بیان ہے ایک عمود ب ق ۲۳۱ کڑی اور پھر آ سے قی تک ۸۸ کڑی اور ق سے سی اس عمود ۵۱۳ کڑی اور آ سے ق تک ۴۶۸ کڑی



توان پائیشوں سے کہیت کا رقبہ دریافت کرو
 $\frac{1}{2} (231 \times 140) = 16170$ دب ق کا رقبہ ہے
 $\frac{1}{2} (513 \times 88) = 45134$ دی س کا رقبہ ہے
 $45134 + 16170 = 61304$ ق س کا رقبہ ہے

کل رقبہ = ۱۱۸۸۰۴ ام کڑی یا ایک ایکڑ ۸۹۸۹۶ برج ہی جواب ہے

(۲) فرض کرو ایک اور ساح ہی کہیت کی چاروں ضلعوں کو سطح بنائی کہ دب ۲۸۱ اور ب س ۳۰۸ اور س د ۵۲۵ اور آ د ۱۴۷۸ اور وتر ب د ۲۸۵ توان پائیشوں سے رقبہ کہیت کا دریافت کرو
 مثلثوں دب د اور ب س د کی نینوں ضلعوں کی معلوم ہوئے سے یہ رقبہ دریافت ہونگے

$$د ب د = 525 \times 281$$

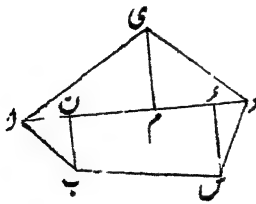
$$ب س د = 525 \times 308$$

کل رقبہ = ۱۱۷۹۰ ام کڑی کی یا ایک ایکڑ ۸۹۸۹۶ برج کی ہی جواب ہے

تیسری مثال

کہیت دب س دی کا رقبہ دریافت کرو اور پائیش کر کے یہ باتیں ہم نے معلوم کرنی ہیں
 کہ آ ن ۷۱ اور عمود ب ق ۸۸ اور آ م ۲۰۵ اور عمود سی م ۱۲۹ اور آ سی ۳۰۵ اور عمود

دس ۱۲۴ اور د ۳۵۱ کڑی ہے



دو چنڈ رقبہ Δ ب ن کا ہے $۵۹۴۴ = ۸۴ \times ۷۱$

دو چنڈ رقبہ Δ ب ن دس کا ہے $۴۵۳۷۲ = ۲۳۴ \times ۲۱۱$

س د کا ہے $۵۸۴۲ = ۱۲۴ \times ۴۷$

وی د کا ہے $۴۵۲۷۹ = ۱۲۹ \times ۳۵۱$

ہوا سٹے دو چنڈ کل رقبہ کا $۱۰۴۴۵۹ =$ ایکڑ کے

ہوا سٹے رقبہ $= ۵۳۲۲۹۵$ ایکڑ کے $= ۲$ روڈ ۵۲ پل ہی جواب ہی

انتباہ ذواربہ الاضلاع Δ ب س د کے رقبہ کا حساب کیا اور طرح سے ہی لگ سکتا ہے جو کہ مثلثوں

س ن د اور س ب د کا قاعدہ ایک ہے اور ارتفاع بھی ایک ہی ہے تو وہ آپس میں برابر ہیں اور

ذواربہ الاضلاع Δ ب س د مرکب ہے مثلث Δ ب د اور شکل Δ ب س د سے لیکن اس آخر شکل کا

ایک حصہ Δ ب س برابر مثلث دس ن کے ثابت ہو چکا ہے اسلئے شکل Δ ب س د کے برابر

مثلث دس ن کے ہوئی اور ذواربہ الاضلاع Δ ب س د برابر دو مثلثوں Δ ب د اور دس ن کے ہوئے

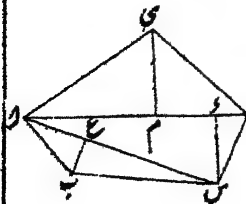
پس دو چنڈ رقبہ Δ ب د $= ۲۵۹۲۰ = ۸۴ \times ۳۰۵$

دس ن $= ۳۵۵۹۰ = ۱۲۴ \times ۲۸۰$

وی د $= ۴۵۲۷۹ = ۱۲۹ \times ۳۵۱$

دو چنڈ کل رقبہ کا $= ۱۰۴۴۵۹$ ام کڑی کے

چوتھی مثال



اوپر کے کہیت کو اس طرح ناپ کر رقبہ دریافت کرو کہ س ع ۲۳۲ ہے

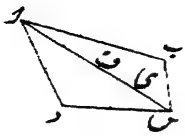
اور عمود ب ع ۵۰ ہے اور س د ۳۰۳ ہے اور م د ۲۰۵ اور عمود م د

۱۱۲۹ اور دس د ۳۰۵ اور عمود س د ۱۱۲۴ اور د ۳۵۱ کڑی ہے

دو چنڈ (وی د + دس) کا $=$ وی د \times م + دس \times م $=$ وی د (م + س)

ب اس عمود اب پر ہے رقبہ دریافت کرو جواب ارڈ ۳۰.۵۴ پل

(۸) کہیت اب س د میں بعض السی موانع پیش آئے کہ فقط یہی پیمائش ہوئی کہ ۱۲۵



اور ای ۲۲۳ اور اس ۱۲۸۱ اور س ب ۱۸۲ اور نقطہ

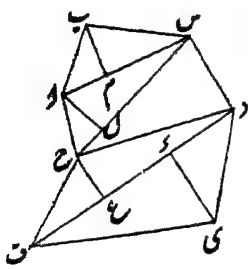
ت اور سی د مان میں جہاں عمود اب س نکالی گئی وہ

ہوئے ہیں رقبہ دریافت کرو جواب ۴۶.۹ ایکڑ

(۹) ایک ذوار ربع الاضلاع ایکڑ کا وتر ۴۳ کڑی اور عمود جو مقابل کے زاویوں سے اوپر

نکالی جاوے اور نہایت نسبت ایسی ہے جیسی کہ ۱۴ کو ہے ۴۱ سے تو بناؤ ایک عمود دوسرے

عمود سے کس قدر بڑا ہوگا جواب ۴۶.۹ ایکڑ



(۱۰) ایک کہیت کی صورت ایسی ہے جیسی نیچے شکل

کجی ہوئی ہو اور اس میں یہ پیمائش ہوئی کہ ۹۸ کڑی

اور عمود ب م ۱۱۴ اور اس ۲۹۸ و س ن ۲۸۲ و عمود

و ن نہیں پیمائش ہوا اور س ح ۳۵۴ و ح د ۳۷۰ و

د س ۱۶۰ و د ۱۶۲ و عمودی ۴۰ و د ۳۲۸

عمود ح ع نہیں پیمائش ہوا اور د ۵۲۵ ہو کل رقبہ اور ضلع ف ی اور عمود جو د س ح س

پر واقع ہو د س ح کرو جواب ایکڑ ارڈ ۴۷.۴ پل و د ۴۰۰ و عمود ۱۴۱ کڑی

(۵) بالکل کے آخر میں ہمنو ذکر شکل تقسیم الاضلاع متشابهہ کا کیا تھا اب ہم انا اور

لکھتے ہیں کہ ان متشابهہ شکلوں کی فرہون میں وہ نسبت ہوتی ہے جو انکی اضلاع نظیر کی فرہون

یا اسکی وتر کی فرہون یا عمود کی فرہون میں شکل فلین کیوں کہ اگر مثلث اب س

متشابهہ مثلث د ی ت کا ہو یعنی زاویے ا و ب اور س برابر زاویوں د اور ی

اور ت کے ہوں موافق اپنی اپنی نظیر کے اور برابر زاویوں گ کے اضلاع مناسب ہو

تو مثلث اب س کو مثلث ی د ت سے وہ نسبت ہے جو نسبت اب کو د ی سے ہے

چوتھی مثال ایک لوح کا پتر افروز نقین کی شکل کا ہو اور اس کے متوازی کنارے ۷ و ۳۰ انچہ ہیں

اور اس کا طول ۲۰ انچہ ہے اور اس کے چھین ایک خط متوازی کھینچا گیا ہے جسے وہ دو ایسے
دو زلقہ حصوں میں تقسیم ہوا کہ جس کے رفونین ایسی نسبت ہو جیسے کہ نسبت ۷ و ۳۰ میں ہے
تو بناؤ چھوٹے کنارے کو اس فاصلہ پر یہ متوازی خط کھینچا ہے دو زلقین معلوم اب اس کا ایک
مثلت متساویا ساقین لوح دکا ہو اور متوازی خطی ت او کو



تقسیم کرنا ہو اور ح م اور ب ع عمود آد پر کالے کئے ہیں پس ہم
معلوم کہ ب ع یا ر م = ۱۲۰ اور ب س = ۷ اور د = ۳ پس دن دریا کرنا ہے
اب قبة افروز نقین کا $\frac{1}{2} = 20 \times (3 + 7) = 100$ مربع انچ ہے

اور یہ ہم سے دو حصوں میں تقسیم ہوا کہ جن میں نسبت ۷ و ۳۰ کی ہے تو ایک بیسوں اور دوسرا
تیرہ بیسوں چھ کل کے ہونگے ہوا سطح وہ ۳۵ و ۶۵ ہونگا اب مثلث ب ع اور لوح متساویا
ہیں تو لوح کو ب ع سے وہ نسبت ہوگی جو ر م کو ہے ح م سے

یعنی $2:30 :: 35:150$ انچہ = ح م پس یہاں سے معلوم ہوا کہ ح م ۱۵۰ انچہ ہے
اور قبة ب ع ح م کا $\frac{1}{2} = 22$ م انچہ ہے اب اگر یہ فرض کریں دو زلقین میں ہی اس چھوٹی

یعنی ۳۵ ہو تو ی ح ح ن = $22 + 35 = 57$ ہوگا اور ب ح ح م کو ی ح ح ن سے
وہ نسبت ہو جو نسبت ح ٹ کو ہے ح ن سے یعنی $22:57 :: 57:125$ = ح ح ن

پس معلوم ہوا کہ ح ن = $57 \times 57 = 3249$ اور جب 115 زمین کو تفریق کئے تو 8948
دوم فرض کرو کہ ی اس بڑا دو زلقین میں ہے یعنی ۶۵ ہے تو ی ح ح ن = $22 + 65 = 87$

87 اور $22:87 :: 87:7569$ = ح ن پس معلوم ہوا کہ ح ن 7569
ہے اور 115 زمین کو تفریق کرنے سے 8948 پس معلوم ہوا کہ چھوٹے کنارے کیا

تو 8948 انچہ یا 8948 کے فاصلہ پر خط متوازی کھینچنے سے تقسیم ہوئی ہے
مثالین مشق کے واسطے (۷)

(۱) ایک کھیت کا ضلع ۴۲۰ کڑی ہے تو بتاؤ اسکو دوسرے کھیت کی طرح کا ضلع ۲۹۷ کڑی ہے

کیا نسبت ہوگی جواب قریب دو چند ہونیکے

(۲) ایک نقشہ کا پیمانہ ۲۰ میل ایک انچ ہے اور زمین رقبہ انگلستان اور ولز کا ایک فیٹ مربع جگہ گہیرا ہے

تو بتاؤ جس نقشہ کا پیمانہ ۲۵ میل فی انچ ہوگا اس میں کتنی جگہ گہیرا ہوگا جواب ۱۶۲/۱۴ انچ

(۳) ایک ذرا ربع الاضلاع کے ضلع بالترتیب ۲۵ و ۵۲ و ۵۵ و ۵۵ فیٹ ہیں اور اس کا رقبہ

۲۱۴۰ فیٹ ہے تو بتاؤ اس کے متساوی ذرا ربع الاضلاع کا مجموعہ ضلع کیا ہوگا جس کا رقبہ

۲۰۰۴ سٹم مربع فیٹ ہے جواب ۱۸۵۴

(۴) ایک غیر منظم مستقیم الاضلاع کا سب سے چھوٹا ضلع ۸ انچ ہے اور اس کا رقبہ ۲ ہے

تو اس کے متساوی مستقیم الاضلاع کا رقبہ کیا ہوگا جس کا سب سے چھوٹا ضلع ۱۱ انچ ہے جواب ۳/۴۹۰۴

(۵) ایک مثلث متساوی الساقین کا رقبہ ۱۰۰ مربع گز ہے اور اس کے متساوی ایک اور مثلث کا رقبہ ۵۰ مربع

فیٹ ہے تو بتاؤ اس کے قاعدوں میں کیا نسبت ہوگی جواب ۱۲۰:۴۹ تقریباً

(۶) ایک کھیت ۴۰ ایکڑ کا ہے اور اس کا ایک ضلع ۴۰۵ کڑی کا ہے نقشہ کش تو زمین اس کا طول ۱/۲ انچ

تو بتاؤ اسی نقشہ کش تو زمین وہ کھیت کتنی جگہ گہیرا ہے جواب ۴۸۳۳ م انچ

(۷) ایک کھیت کی مینڈ بندی کی لاگت ۵ روپیہ ۵ ار ہے تو بتاؤ اسکو متساوی دوسرے کھیت کی

مینڈ بندی کی کیا لاگت ہوگی جس میں پہلے کھیت کی ۵ مربع گز کی جگہ میں ۳ سٹم مربع گز میں

جواب ۴ روپیہ ۱۲ ۱/۲ پائی

(۸) دو مربعوں کا رقبہ ملکر ۱ ایکڑ ہے اور ایک مربع کا ضلع دوسرے مربع کی تیج تہائی ہے تو بتاؤ

ہر ایک کی رقبہ میں کچے ایکڑ ہیں جواب ۱۴ ۱/۲ و ۳۵ ۱/۲ ایکڑ

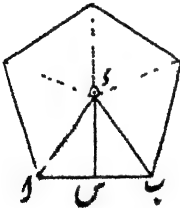
(۹) ایک کھیت تین کونہ کا ایک ایکڑ ہے اور اس کا قاعدہ ارتفاع عمودی کے چاروں حصے ہیں

تو بتاؤ قاعدہ اور ارتفاع کیا ہے جواب ۵۸ ۱/۲ و ۵۹ ۱/۲

(۱۰) ایک گڑبوم دو رشتہ ۳ فٹ طول میں ہے اور اس کا بڑا قاعدہ ۸ انچ ہے اور چھوٹا قاعدہ

۵۔ انچہ ہر توتاؤ لنبان میں کتنا اوسمیں سے قطع کرن کہ ایک فیٹ مربع حست میں جو جواب ۲۰ فیٹ
(۱۱) ایک مثلث کا قاعدہ ۵۶ افٹ ہو اور اس قاعدہ کا ایک خط متوازی سطح کھینچا گیا ہے کہ وہ مثلث کو
دو حصوں میں تقسیم کر رہے ہیں ایک اوپر کا حصہ جس کے حصہ وہ نسبت رکھتا ہے جو ۲ کہتا ہے ۳
تو توتاؤ خط متوازی کا طول کیا ہوگا جواب ۴۸۶۴۳ فیٹ

(۶) ہمیں متشابہ ترقیہ الاضلاع کا ذکر کیا اب اوسپر کثیر الاضلاع منظم کا حال اور زیادہ کرتے ہیں
کثیر الاضلاع اون سطح کو کہتے ہیں کہ اونکو چار سے زیادہ اضلاع نے احاطہ کیا ہو اور جب ان کثیر الاضلاع
اضلاع اور زائے باہم برابر ہوتے ہیں تو اونکو کثیر الاضلاع منظم کہتے ہیں
جس کثیر الاضلاع منظم کے پانچ ضلعے ہوتے ہیں اوسے مخمس اور جبکہ چھ ضلعے ہوتے ہیں اوسے سدس
علیٰ ہذا القیاس کہتے ہیں تقصیل ان ناموں کی بوجہ لکھی ہے کثیر الاضلاع منظم کا مرکز ضلع سے عمود واصل
برابر رکھتا ہے اس بنیاد پر ہے کہ اگر ضلع اور عمود معلوم ہو تو رقبہ شکل کا اوسط معلوم ہو سکتا ہے
کہ نصف حاصل ضرب ایک ضلع اور عمود کو تعداد اضلاع کثیر الاضلاع میں ضرب دین سے ملے کہ



کہ حقیقت میں شکل میں اون متساوی اساقین مثلث ہیں
جتنے کہ اوسکے اضلاع ہیں مثلاً اگر اب ضلع ایک مخمس
منظم کا ۱۲۵ ہو اور عمود ۵ جو مرکز سے ضلع پر نکالا جاوے

۸۶۔ انچہ ہر توتاؤ رقبہ مثلث اوس کا ۱/۲ (۸۶ × ۱۲۵) ہوگا اور رقبہ کثیر الاضلاع کا جو اس پانچ مثلثوں
سے بنی ہے ہم ہوگا کہ ۱/۲ (۸۶ × ۱۲۵) × ۵ اور اس کے معنی یہی ہیں کہ نصف مجموعہ اضلاع ۸۶ نکال دیا
پس کسی کثیر الاضلاع منظم کا رقبہ برابر نصف حاصل ضرب مجموعہ اضلاع اور عمود ہوتا لیکن ہم رقبہ فقط
اضلاع ہی کے معلوم ہونے سے ہی دریافت ہو سکتا ہے جو اس کے زاویہ جو مرکز پر بنتا ہے وہ ۷۰° کا کوئی
صحیح حصہ ہوگا مثلاً مخمس سے تو پانچواں حصہ اور اگر سدس تو چھواں حصہ اور علیٰ ہذا القیاس اوسط
علم مثلث کہ مکمل طول ان عمودوں کا معلوم ہو جائیگا اور جب طول عمودوں کا معلوم ہو گیا اور ضلع
معلوم ہی تو رقبہ آب دریافت ہو جائیگا لیکن طالب علم اکثر علم مثلث سے ناواقف ہوتے ہیں اسلئے

ہم ایک جدول بنا دیتے ہیں جس میں چند کثیر الضلاعوں کی نسبت عمود اور ضلع کی لکھائی ہوئی ہے اور ضلع برابر ایک کے فرض کیا گیا ہے

نام شکل	تعداد اضلاع	نسبت عمود کی ضلع سے
مخمس	۵	۱ ۹۸۱ ۹۱ ۵
سدس	۶	۵ ۸۴۴ ۰۲۵
سبع	۷	۱ ۵ ۰۳۸۲۴۱
مشتن	۸	۱ ۵ ۲۰۶۱۰۶
متع	۹	۱ ۵ ۳۷۳۷۳۹
مشر	۱۰	۱ ۵ ۵۳۸۸۲۲
دو عشر اضلاع	۱۱	۱ ۵ ۷۰۲۸۲۲
دو عشی عشر اضلاع	۱۲	۱ ۵ ۸۴۴۰۲۵

پہلی مثال ایک مخمس منتظم کا ضلع ۱۲۵ ہے اور اس کا رقبہ دریافت کرو
ضلع ایک مخمس کا عمود مشترک سے نسبت ایسی رکھتا ہے جیسا کہ ارکھتا ہے ۱۲۵ : ۵ :: ۸۴۴۰۲۵ : ۵
تو عمود مشترک اس مثال میں $۱۲۵ \times ۵ = ۸۴۴۰۲۵$ اور رقبہ ہے

$$\frac{1}{2} (۵ \times ۱۲۵) = ۸۴۴۰۲۲ \text{ ہی جواب ہے}$$

دوسری مثال ایک مشر کا رقبہ ۸۰۸۵۸۸ م فٹ ہے تو اس کے ضلع کا طول بتلاؤ

جب ضلع مشر کا ایک ہو تو مجموعہ اضلاع ۱۰ ہوگا اور عمود مشترک ۱۵۳۸۸۲۲ ہے اور رقبہ ہی $۱۵۳۸۸۲۲ \times ۵ = ۷۶۹۴۱۱۰$ اور مشر منتظم کے رقبہ پانچویں وہ نسبت رکھتی ہوگا اس کے ضلعوں کے مربعے تو $۷۶۹۴۱۱۰ : ۸۰۸۵۸۸ : ۲ : ۴۲۵$ یہ ضلع کا مربع ہے

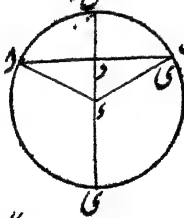
$$۴۲۵ = ۲۵ \text{ فٹ ہی جواب}$$

مثالیں مشق کے واسطے (۸)

- (۱) ایک سبج کا ضلع ۵۹ فیٹ ہے اور سکا رقبہ بتاؤ جواب ۵۱۴ ۵۶ ۱۲۰ م گز
- (۲) ایک کثیر الاضلاع منظم بارہ ضلع کی شکل کا عمود مشترک ۵۵ انچ ہے اور سکا رقبہ بتاؤ جواب ۱۷۷ م فٹ کی قریب
- (۳) ایک محس کا ضلع ۳۷۰ فٹ ہے اور ایک سدس کا ضلع ۳۰۰ فٹ ہے تو بتاؤ رقبہ محس میں رقبہ سدس کے قدر مربع فیٹ زیادہ ہونگے جواب ۴۲ ۵۶ ۱۷۰
- (۴) ایک مثلث منظم کا رقبہ ۵۵ مربع گز ہے اور اسکے ضلع کا طول دریافت کرو جواب ۳۹ فیٹ
- (۵) ضلع ایک مثلث منظم کا ۳۰۵ ۲۵۶ ہے تو بتاؤ اس مربع کا ضلع کیا ہوگا جس کا رقبہ برابر مثلث کے رقبہ کے ہے جواب ۴

فصل ششم

اس فصل میں اون طول خطوط کی پیمائش کا ذکر ہے جو دائرہ سے متعلق ہیں



- (۱) قوس کے دو طرفوں میں جو سیدنا فاصلہ ہوتا ہے، اسکو وتر قوس کہتے ہیں ب
- مثلاً قوس ا س ب کا وتر ا ب ہے اور وہ قوس ا ی ب کا
- لیکن اکثر چھوٹے ہی قوس کے وتر پر اطلاق ہو گیا کرتے ہیں
- ایک قطر نائے قائمی بنانا ہو اور وتر ا ب پر نکالیں تو وتر اور قوس دونوں کی اسے تنصیف ہو جائیگا
- اور دو برابر ہوگا د ب کے اور قوس ا س نصف قوس ا س ب سے ہوگی اور قوس اور وتر کے درمیان قطر کا حصہ د ا ارتفاع قوس ا س ب کا اور قوس ا ی ب کا ارتفاع د ی ہے
- اور خط مستقیم ا س وتر قوس ا س یعنی نصف قوس ا س ب کا کہلا یگا
- پس یہ چاروں خطوط قطر اور ارتفاع قوس اور وتر قوس اور نصف قوس آج میں ایسی نسبت کہتے ہیں
- کہ اگر ان میں سے دو کی پیمائش اعداد میں معلوم ہو تو باقی کی پیمائش معلوم ہو سکتی ہے اس معلوم کرنے کے واسطے یہ جملے بنائے ہیں

ا د = می د م س د اور ا س = می س م س د

ا س = می س م س د (می س - ا س)

حاشیہ ا د = ا د م س د = می د م س د = (می د م س د) = می د م س د اور

ا س = ا د م س د = می د م س د + س د = (می د م س د) م س د = می س م س د

اور س د = می د م س د = (می د م س د) = می س م س د - ا س

ان جلوں سے یہ قواعد مستنبط ہوتے ہیں

اول قوس کا ارتفاع اور قطر معلوم ہے وتر دریافت کرو

قاعدہ

قطر کے جو وتر سے دو حصے ہوتے ہیں اون کو ضرب دو اور حاصل ضرب کا دو چند جزو وتر معلوم ہوگا

قطر کے یہ دو نصف دو قوسوں کے ارتفاع ہونگے

دوم قوس کا ارتفاع اور قطر معلوم ہے وتر نصف قوس کا دریافت کرو

قاعدہ

قطر کو ارتفاع قوس میں ضرب دیکر حاصل ضرب کا جزو وتر نصف قوس کا معلوم ہو جائیگا

سوم قوس اصغر کا وتر اور قطر معلوم ہے وتر نصف قوس کا دریافت کرو

قاعدہ

قطر اور وتر کے مربعوں کی حاصل تفریق کا جزو قطر میں تفریق کرو اور نصف حاصل تفریق کو قطر

میں ضرب دیکر حاصل ضرب کا جزو نکالو وتر نصف قوس کا معلوم ہوگا

(۲) ان صورتوں کے سوا ہی اور صورتوں کے لئی قواعد بیان کرنے عبت ہیں اس لئے کہ طالب علم کو

یہ قاعدہ خوب معلوم ہے کہ مثلث قائم الزاویہ میں جب دو ضلع معلوم ہوتے ہیں تو تیسرا ضلع

مسطح دریافت کرتے ہیں یہاں کے معلوم ہونے سے بہت صورتوں میں اونکو محمول معلوم

ہو جائیگا اور قطع نظر سے ہم مثالیں ایسی لکھتے ہیں کہ جسے خوب توضیح مطلب کی ہو جائیگی

پہلی مثال ایک قوس کا ارتفاع ۱۲ اور دائرہ کا قطر ۵۲ ہو قوس کا اونصف قوس کا وتر دریافت کرو
 س ای ۵۲ ہے اور س د ۲ ہے تو نصف قطر ۲۶ یا س ۲۶ ہے اور

$$۲۶ = ۲ - ۲۴ = ۲۴$$

اور ل د - س د = ل د = ل د = ۲۴ - ۲۶ = ۱۰۰ سو ل د = ۱۰۰ یا ل ب = ۲۰ بہ کل قوس کا وتر ہے

اور ل د + د س = ل س = ۱۰۰ + ۲۶ = ۱۲۶ سو ل س = ۱۲۶ یا ل ب = ۱۰۶۸ بہ وتر نصف

قوس کا ہر گرم دو اول قواعد کو الصدر کی استعانت سے زیادہ آسانی سے ہم اس سوال کو اس طرح حل کر سکتے ہیں $۲ \times ۵۰ = ۱۰۰$ بہ وتر کل قوس کا $۲ \times ۵۲ = ۱۰۴$ بہ وتر نصف قوس کا

دوسری مثال ایک قوس کا وتر ۴ فیٹ ہو اور ارتفاع ۱۴ فیٹ ہو قطر اور وتر نصف قوس کا دریافت کرو

$$۱۴ - ۴ = ۱۰$$

اور ل د + س د = ل س = ۱۰ فیٹ بہ قطر ہے

تیسری مثال ارتفاع ایک قوس کا ۵ فیٹ ۴ انچ ہے اور وتر نصف قوس کا ۱۰ فیٹ ۴ انچ ہے

قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر دریافت کرو

$$۱۰ - ۵ = ۵$$

یا ۱۰ فیٹ کی اور ل ب = ۲۰ فیٹ بہ وتر قوس کا ہے

اور ل س = ۱۰ - ۵ = ۵

$$۱۰ - ۵ = ۵$$

چوتھی مثال ایک قوس کا وتر ۲۰ ہے اور نصف قوس کا وتر ۱۰۶۸ ہے

قوس کا ارتفاع اور قطر دریافت کرو

$$۱۰۶۸ - ۲۰ = ۱۰۴۸$$

اور ل س = ۱۰۴۸ - ۲۰ = ۱۰۲۸

یا پنجویں مثال نصف قوس کا وتر ۱۳۴ ہے اور قطر ۲۸۹ قوس کا ارتفاع اور وتر کیا ہے

س ی د س د = اس یعنی ۲۸۹ × س د = ۳۴ اسو سطے س د = ۱۸۴۹۴ ÷ ۲۸۹ = ۶۴
یہ ارتفاع ہے

اور د = اس - س د = ۲۳۴ - ۶۴ اسو سطے د = ۱۷۰ = ۱۴۴۰۰
یا اب = ۲۴۰ بہ قوس کا وتر ہے

چہٹی مثال اگر ایک السرہ میں قوس کا وتر ۲ فیٹ طول میں ہو اور قطر ۵ فیٹ تو بناؤ
بہوٹے قوس کا ارتفاع اور نصف قوس کا وتر کیا ہے د = اس - س د = ۲۴ - ۱۰ = ۱۴
= ۱۰ - ۲۴ = ۱۴ اسو سطے د = ۲۴ اور س د = ۱۰ = ۱۴۰

۲۴ - ۲۴ = ۲۴ فیٹ یہ ارتفاع ہے
اور اس = س د + د = ۱۰ + ۱۴ = ۲۴ اسو سطے اس = ۱۰۵۱۹۸ فیٹ
یہ نصف قوس کا وتر ہے

دوسری ترکیب بموجب صورت دوم دفعہ اول کے اس =

س ی د س ی - س ی - اس یعنی ۵۲ × ۱/۲ = (۲۸ - ۵۲) = ۱۰۴ اسو سطے
اس = ۱۰۵۱۹۸ فیٹ

مثالیں مشق کی واسطی (۹)

(۱) ایک قوس کا وتر ۵۴ ہے اور ارتفاع ۱۲ ہے قطر دریافت کرو جواب ۷۲
(۲) ایک قوس کا ارتفاع ۳۰ ہے اور نصف قوس کا وتر ۶۰ ہے تو کل قوس کا وتر
کیا ہوگا جواب ۱۰۵۳۹۲۳

(۳) ایک قوس کا وتر ۴۲ ہے اور ارتفاع ۳۰ فیٹ تو بناؤ نصف قطر کیا ہے جواب ۷۲
(۴) ایک قوس کا وتر ۱۲ فیٹ ہے اور نصف قوس کا وتر ۱۴ ہے قوس کا ارتفاع دریافت کرو

جواب ۴۵

(۵) نصف قوس کا وتر ۱۲ فیٹ ہے اور قطر ۱۰ فیٹ قوس کا ارتفاع دریافت کرو

جواب ۴ فیٹ ۸ انچہ

(۷) ایک فوس کا ارتفاع ۵ انچہ ہے اور قطر ۸ انچہ نصف فوس کا وتر دریافت کرو

جواب ۴ ۳۲۴ ۷

(۸) قطر دائرہ ۱۳۴۹ ہے تو اس فوس کا ارتفاع دریافت کرو جس کا وتر ۸۴۷ ہے

جواب ۱۴۴ یا ۱۲۲۵

(۹) کل فوس کا وتر ۳ فیٹ ۸ انچہ اور ارتفاع ۴ فیٹ ۹ انچہ ہو تو اس کی نصف فوس کا

وتر کیا ہوگا جواب ۲ فیٹ ۵ انچہ

(۱۰) اس دائرہ کا قطر کیا ہوگا جس میں وتر کل فوس کا ۴ ہے اور وتر نصف فوس کا

۵۴۷ ہے جواب ۷۲۹

(۱۱) اس دائرہ کا قطر کیا ہوگا جس میں وتر کل فوس کا ۸۴۷ ہے اور نصف فوس کا وتر ۴۴۴

جواب ۱۳۴۹

(۱۲) اس فوس کا ارتفاع بتلو جس کا ارتفاع ۴ فیٹ ہے اور قطر دائرہ ۵۱۰ فیٹ ۲ انچہ

جواب ۱۱۰ فیٹ

(۱۳) ایک دائرہ کا قطر ۱۱۳ ہے اور میں ایک فوس کا وتر ۱۵ ہے تو اس فوس سے دو چند

کا وتر کیا ہوگا جواب ۲۹ ۱۱۳

(۱۴) ایک دائرہ کا قطر ۱۱۰ ہے اور اس کے دو حصے ایک وتر سے جس کا طول ۲۴ ہو جائیں

تو نصف فوس اصغر کا وتر کیا ہوگا جواب ۲۳۵ ۵۳۷۲

(۱۵) ایک دائرہ کا قطر ۲۷ ہے اور وتر مشترک اس کے دو فوسوں کا ۱۲ ہے تو نصف

چھوٹے فوس کا وتر دریافت کرو جواب ۴۵۰۸۲۷

(۱۶) دائرہ کا محیط ایک وتر سے جس کا طول ۷۲۰ ہے دو فوسوں میں تقسیم ہوا ہے

اور قطر اس کا ۱۷۸۱ ہے تو چھوٹے فوس کا ارتفاع اور نصف بڑے فوس کا وتر دریافت کرو

جواب ارتفاع ۸۱ اور وتر ۱۴۲۰

(۱۴) ایک دائرہ کا قطر ۱۴۹ ہے اور اس کا محیط ایک تر سے کہ طول میں ۱۲۰ ہو دو قوسوں میں تقسیم ہوتا ہے تو جو پوٹے قوس کی چوتھائی قوس کا وتر کیا ہوگا جواب ۳۳۶۱۷۳۶
(۱۵) ایک دائرہ کا قطر ۵۲۰۶۸ ہے اور ارتفاع قوس کا ۲۰۶۸ ہے تو اس قوس سے دو چند قوس کا ارتفاع کیا ہوگا جواب ۸۰

(۳) قطر اور محیط کی نسبت کا بیان - محیط اور قطر میں نسبت اجمیر وہ کہی پوری نہیں نکلی جی ہاں تھلگی گراں انسان کہ او کو جو قدر چاہیں تقریباً دریافت کر سکتے ہیں متعدد میں نے نسبت قطر اور محیط کی ۲۲۰ کی سی بتلائی مناخرین نے او کو زیادہ قریب بھت کر کے یہ کہا کہ قطر اور محیط میں نسبت ایسی ہے جیسی کہ آکھو ۳۱۴۱۵۹ سے اور پھر اتنی ہی زیادہ تر یہ نسبت قرار پائی جو ۱۱۳ کو ہے ۳۵۵ کو اور پھر اتنی ہی بہت زیادہ صحیح کے قریب یہ نسبت مقرر ہوئی جو آکھو ہے ۳۱۴۱۵۹۲۶۵ سے اور آگے ہی قریب بھت نسبت دریافت کر سکتے ہیں مگر دوسرہ کا روایتی کے لئے فقط نسبت ۳۱۴۱۵۹ کی کافی ہے

اس نسبت تقریبی کو بتلانا اس طرح سے کہ بہت سے ہندی لڑکوں کی سمجھ میں آجائے مشکل ہے مگر شاید سب سے زیادہ عمدہ ترکیب اس کے بتلانیکی یہ ہے جو ہم اب لکھتے ہیں اتنے زیادہ کوئی صاف اور سیدی ترکیب نظر نہیں آتی اور وہ اس کتاب پر پہنچی ہے اور اس کا استخراج دفعہ کی تیسرے جلد پر موقوف ہے فرض کرو کہ ایک سدس دائرہ کی اندر بنا لیا گیا ہے تو اس کا ایک ضلع برابر نصف قطر کے ہوگا پس اگر قطر دائرہ ہو تو ضلع اس سدس کا یا وتر سدس محیط دائرہ کا آ ہوگا اب اگر بارہ ضلع کی شکل دائرہ میں بنائی جاویں تو اس کا ایک ضلع وتر ہوگا نصف سدس محیط دائرہ کا اور وہ اس صورت سے درپٹ ہوگا کہ $2 = \frac{1}{2} (2 - \frac{1}{2})$ جہاں ۲ وتر نصف قوس کا اور $\frac{1}{2}$ قطر دائرہ کا اور $\frac{1}{2}$ وتر کل قوس کا ہے پس جب قطر ۲ ہے تو اوپر کی صورت جبریہ کی شکل یہ ہوگی کہ $2 = \frac{1}{2} (2 - \frac{1}{2})$ پس موافق کے جب وتر چھٹر محیط کا آئے تو بارہوں حصے کا یہ ہوگا $2 = \frac{1}{2} (2 - \frac{1}{2})$ اب اگر یہ ۲

کی حکمت یہ کہا جاتا ہے تو وتر جو بیسویں حصہ کا $۲۸-۲۸+۳۸$ اور علیٰ ہذا القیاس اٹھالیسویں حصہ کا $۲۸-۲۸+۳۸+۳۸$ اب اگر اس طرح سے قوسوں کو نصف کرنے جائیں اور یہی عمل کریں تو دریافت ہوگا کہ وتر بہت قریب قریب اپنے قوسوں کے ہوتے جاتی ہیں یعنی جو عدد نہایت چھوٹے نصف قوس کے وتر کو تعبیر کرتے ہیں وہ قریب قریب ہوتے ہیں نصف اور ان عددوں کے جو کل قوس کے وتر کو تعبیر کرتے ہیں توضیح اس کی جدول مفصل ذیل سے ہوتی ہے اس کے عددوں پر غور کرو تو اوپر کا بیان سمجھ میں آجاویگا

جب نصف قطر ہو تو وتر

۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰	پہلی حصہ کی محیط کا
۵۵۱۷۴۳۸۰۹۰۲۰	بارہویں حصہ کا
۵۲۴۱۰۵۲۳۸۴۴۴	چوبیسویں حصہ کا
۵۱۳۰۸۰۴۲۵۸۴۴	اٹھالیسویں حصہ کا
۵۰۴۵۴۳۸۱۴۵۴۴	چھیانوین حصہ کا
۵۰۳۲۷۲۳۴۴۳۲۵	۱۹۲۰ قوس حصہ کا
۵۰۱۴۳۴۲۲۷۹۲۱	۳۸۴۰ دین حصہ کا
۵۰۰۸۱۸۱۲۰۸۰۵	۷۶۸۰ دین حصہ کا
۵۰۰۴۰۴۰۴۱۲۵۸	۱۵۳۶۰ دین حصہ کا
۵۰۰۲۰۴۰۳۰۷۳۴	۳۰۷۲۰ دین حصہ کا
۵۰۰۱۰۲۲۴۵۳۸۱	۶۱۴۴۰ دین حصہ کا
۵۰۰۰۵۱۱۳۲۴۴۲	۱۲۲۸۸۰ دین حصہ کا
۵۰۰۰۲۵۵۴۴۳۴۴	۲۴۵۷۶۰ دین حصہ کا

اب ان اعداد کو غور سے دیکھو تو معلوم ہوگا کہ آخر وتر گیارہ مرتبہ کے عشریہ تک مطابق ہوتا ہے

باقبل کی نصف وتر کی پس تحقیق ہوا کہ اگر قطر دائرہ کا دائرہ کا ۲ ہو تو طول ایک قوس کا جو
 ۲۱۷۳۰۴ وان حصہ محیط کا ہے برابر ہوگا اپنے قوس کے وتر کے گیارہ مرتبہ کے اعشاریہ تک
 پس ملنے ۲۸۵۷۷ وان حصہ محیط کا = ۰۰۰۲۵۵۶۴۳۸۶۷ پس ہے معلوم ہوا کہ کل محیط
 = ۲۸۵۷۷ گنی قوس = ۲۸۳۱۸۵۲ دائرہ کا قطر ۲ ہے ہے ثابت ہوا کہ جس دائرہ کا
 ہے اور محیط ۱۷۱۵۹۲۷۷ ہے اور دائرے سب آپس میں متساوی ہوتے ہیں اسلئے محیط ہر دائرہ کا
 ۱۷۱۵۹۲۷۷ گنا قطر سے ہوا

(۴) قطر دائرہ کا معلوم ہے محیط دریافت کرو

قاعدہ

قطر کو ۳۱۴۱۶ میں ضرب دو حاصل ضرب محیط ہوگا
 دائرہ کا محیط معلوم ہے قطر دریافت کرو

قاعدہ

محیط کو ۳۱۴۱۶ پر تقسیم کرو یا اس کے منکافی ۱ ÷ ۳۱۴۱۶ میں ضرب دو یعنی
 ۳۱۸۳۱ میں حاصل ضرب محیط ہوگا انتباہ جہاں قطر میں بہت سے مراتب اعداد
 ہوں وہاں ترکیب ذیل کا استعمال عمل کو نہایت آسان کر دیگا ظاہر ہے کہ ۳۱۴۱۶ برابر ہے
 ۳۵۰۸ + ۱۱۵۰۲۸ اور ۳۵۰۸ کا پچاسواں حصہ برابر ہے ۰۰۰۴۱۶ کے اور ۳۵۰۸ + ۰۰۰۴۱۶
 = ۳۱۴۱۶ تو اسے معلوم ہوا کہ کسی عدد کو ۳۵۰۸ میں ضرب دین اور حاصل ضرب پر
 حاصل ضرب کا پچاسواں حصہ زیادہ کر دین تو وہی حاصل جو اس عدد کو ۳۱۴۱۶
 میں ضرب دینے سے حاصل ہوتا

پہلی مثال قطر دائرہ ۳۵۷۷۷ ہے محیط دریافت کرو

آسان ترکیب

$$\begin{array}{r}
 ۲۹۴۵۳۵ \\
 ۳۵۰۸ \\
 \hline
 ۳۹۷۰۸۰ \\
 ۱۲۸۹۰۵ \\
 \hline
 ۱۵۲۸۶۷۵۸۰
 \end{array}$$

$$۳۰۶۵۷۵۱۴ = \frac{1}{5} \text{ حصہ}$$

ترکیب مروجہ

$$\begin{array}{r}
 ۲۹۴۵۳۵ \\
 ۳۶۱۲۱۴ \\
 \hline
 ۲۹۷۸۱۰ \\
 ۲۹۴۳۵ \\
 ۱۹۸۵۲۰ \\
 ۲۹۴۳۵ \\
 \hline
 ۱۲۸۹۰۵
 \end{array}$$

دوسری مثال: ایک دائرہ کا نصف قطر ۵۴ و فیٹ ہے، تو اس کی محیط جو قوس
 ۵۴ $\frac{1}{4}$ کی ہے اس کا طول بتلاؤ کیا ہوگا

$$\text{قطر دائرہ } ۱۳۵۴ \text{ ہے اور محیط } ۱۲۸۹۰۵ \times ۳۵۹ = ۴۳۵۴۸۸$$

یہ طول ۳۴۰ کا ہے

$$\text{اب } ۵۴ \frac{1}{4} \text{ یا } ۵۴ \div ۴ = ۱۳۵۴ \text{ حصہ } ۳۴۰ \text{ کا ہے اس کا } ۴۳ \div ۴۳۵۴۸۸$$

$$= ۴۸۲۳ \text{ فیٹ کے بھی جواب ہے}$$

تیسری مثال: دائرہ کا محیط ۱۵۵۴ و ۳۳۵۴ ہے قطر اس کا دریافت کرو

$$۱۵۵۴ \div ۱۲۸۹۰۵ \times ۳۳۵۴ = ۳۱۸۳۱ \times ۱۵۵۴ = ۴۹۴۵۳۵$$

چوتھی مثال: نصف قطر پر دائرہ بناوین کر اس کے محیط کی قوس ۳۲ و ۴۴ و ۲۵ $\frac{1}{4}$
 کا طول ۱۴ فیٹ ہو

$$\text{جب } ۱۴ \times \frac{1}{4} = ۳۵ \text{ دقیقہ کا طول } ۱۴ \text{ فیٹ ہو تو}$$

$$\text{ایک دقیقہ کا طول } \frac{۲۸}{۲۳۵۷۳۱} \text{ ہوگا}$$

$$۳۴۰ \text{ درجہ} = \text{کل محیط} \times \frac{۳۴۰ \times ۴۰ \times ۴۰ \times ۲۸}{۲۳۵۷۳۱}$$

$$\therefore \text{ نصف قطر} = \frac{۳۱۸۳۱ \times ۳۴۰ \times ۴۰ \times ۴۰ \times ۲۸}{۲۳۵۷۳۱ \times ۲} = ۱۲۲ \frac{1}{4} \text{ فیٹ کے بھی جواب ہوا}$$

مثلاً نمبری ۱۰

(۱) جس دائرہ کا قطر ۲۹ انچ ہے اس کا محیط دریافت کرو جواب ۹۱۵۱۰۴ انچ
 (۲) اوس دائرہ کا محیط کیا ہے جس کا قطر ۱۸۵۴۹ فیٹ ہے جواب ۱۱۶۱۰۷ انچ
 (۳) زمین کا قطر ۷۴۱۶ میل ہے اس کا محیط بتلاؤ جواب ۲۴۸۹۹
 (۴) ایک دائرہ کا قطر ۳۸۷۱۵۴ فیٹ ہو اس کی محیط کے تیرہویں حصہ کا محیط دریافت کرو جواب ۱۴۳ فیٹ

(۵) ایک دائرہ کا قطر دریافت کرو جس کا محیط ۷۴۷ گز ہے جواب ۲۵۳۵۴۳ گز
 (۶) اگر ایک دائرہ کا محیط $\frac{22}{7}$ فیٹ ہو تو بتاؤ اس کا قطر کیا ہوگا جواب ۲۷۸ فیٹ
 (۷) ایک مارو کہیت کا نصف قطر ۶۳ گز ہے تو بتاؤ اس کی سینٹر بندی کی لاگت بحال ۱۰۷۱ پائی فی گز کیا ہوگی جواب ۳۵ روپیہ ۳۹ پائی
 (۸) اگر نصف النہار زمین کے ایک درجہ کا طول ۹۹۱ ہو تو بتاؤ زمین کا قطر کیا ہوگا جواب ۷۹۱۸

(۹) جس دائرہ کا قطر ۱۱۵ انچ ہے اس کے محیط کی ۱۷۱ کا کیا طول ہوگا جواب ۲۵۲۴۰۲ انچ
 (۱۰) ایک دائرہ کا قطر ۴ فیٹ ہو تو اس کے ۴ فیٹ یعنی قوس میں کس درجے ہونگے جواب ۱۸۳ ۲۰ ۴۷

(۱۱) ایک دائرہ کا نصف قطر ۴۰ فیٹ ہو تو اس کے محیط کے ۱۴ انچ میں کس درجے ہونگے جواب ۲۲ و ۴۰ و ۴۷

(۱۲) ایک دائرہ کے محیط میں ۴۷ و ۴۸ و ۴۹ کا طول ۵۷ انچ ہو تو بتاؤ دائرہ کا قطر کیا ہے جواب ۱۴

(۱۳) دائرہ کے اوس قوس میں کس درجے ہونگے جو اس کے نصف قطر کے برابر طول میں ہے جواب ۷۵ ۱۷ ۴۵

(۱۴) ایک دائرہ کے قوس ۷۵ و ۳۰ کے طول میں برابر دو ستر دائرہ کے قوس ۷۵ و ۳۰ کے

بس اگر محیط پہلے دائرہ کا ۲۱ فیٹ ہو تو دوسرے دائرہ کا قطر کیا ہوگا جواب ۱۷۶ و ۱۷۷

(۱۵) ایک باغ کے گرد اگر دچکر کی سڑک بنی ہوئی ہے جس کا باہر کے چکر کا محیط ۳۰۳۰ گز ہو اور اندر کے چکر کا محیط ۳۰۰ گز ہے تو بناؤ سڑک کتنی چوڑی ہے جواب ۳۰۲۷ و ۳۰۲۸ گز

(۱۶) مات کردن جس کا رواج ابھی ہندوستان میں ہوا ہے، سونے کا سکہ انگلستان کا، اور کانٹا بتلہ ڈاگرا کا قطر شنگ کے قطر سے ۳۲، انچہ زیادہ لٹیا ہوا اور شنگ اور مات کردن کے

قطر مل کر برابر ہوں اور دائرہ کے قطر کے جس کا محیط ۷ انچہ ہے جواب ۱۷ انچہ
(۱۷) ایک قوس صغرا و تر یا ارتفاع معلوم ہو اور قطر دائرہ کا بھی معلوم ہے قوس کا طول دریافت کرو

قاعدہ

نصف قوس کے وتر کے آٹھ گویہ سے وتر قوس کو تفریق کرو حاصل تفریق کی تہائی لٹائی قوس کی اگر زیادہ تر صحت منظور ہو تو اس قاعدہ کو کام میں لاؤ کہ چوتھائی قوس کے وتر کی آٹھ گویہ میں سے نصف قوس کا وتر تفریق کرو تو حاصل تفریق کی دو تہائی زیادہ تر صحیح طول قوس کا ہوگا

یہ قاعدہ ایسا ہے بالکل ٹھیک ٹھیک طول قوس کا نہیں دریافت ہوتا بلکہ اس میں کچھ غلطی ہے اور یہ غلطی اس قدر بڑی ہوگی جس قدر قوس بڑی ہوگی یا وتر کا جس قدر طول بڑا ہوگا لیکن

اکثر سوالات عملی کی کارروائی میں غلطی اس قدر خفیف ہوتی ہے کہ وہ قابل لحاظ نہیں ہوتی یا خصوصاً یہ غلطی تو اس وقت بالکل ہی قابل لحاظ نہیں جب دوسری صورت قاعدہ کے کام میں

لائی جاوے اور قاعدہ اون قوسوں کے طول دریافت کرنے کے لیے کافی ہے جو ۱۸۰ سے کم ہے اور وتر نصف قطر سے کم ہے اور اس کی قیمت عددی ۱۰۰ سے زیادہ نہیں ہے، لیکن

جب طول ایسے قوس کا دریافت کرنا ہو کہ نصف محیط دائرہ سے بڑی ہو تو اس وقت چوتھے طول در یافت کرو اور اس کو کل محیط میں سے تفریق کرو تو بڑے قوس کا طول معلوم ہو جاوے گا

پہلی مثال نصف دائرہ سے کم قوس کا وتر ۲۵ ہے اور قطر دائرہ کا ۴۱ ہے تو طول قوس دریافت کرو اب یہاں وتر اور قطر میں نسبت ایسی ہے جیسی کہ اعداد ۴ اور ۳ میں اور تمام دائرے ایک دوسرے

منشا بہ ہو میں اس کے اول ہم طول اوس قوس کی دریافت کرتے ہیں جس کا وتر ۴۰ قطر آ رہا ہے
 وتر نصف قوس کا جذر $\frac{1}{2} \times (10 - 3.14 - 4) = 3.43 = 3.43$ ہے اس کا اٹھ گئے سے عدد
 ۴ کو تقرب کر دو تہائی کی تہائی ۴۷۳۲۷ طول اوس قوس کا ہو جس کا وتر ۴۰ ہے اس کے
 قوس کا وتر ۲۵ ہے اوس کا طول ۲۷۷۸۰۳ ہے یہی جواب ہے
 اب زیادہ صحیح جواب حاصل کرنے کے لئے بہ عمل کرو کہ

وتر چوتھائی قوس کا ہو جذر $\frac{1}{4} \times (10 - 3.14 - 4) = 1.715 = 1.715$ اس کی اٹھ گئی سے اس
 عدد ۳۷۱۲۲۸ سے ۴ کو تقرب کر دو تہائی ۴۷۳۲۷ طول اوس قوس کا ہے جس کا
 وتر ۴۰ ہے جب یہ طول قوس ۴ کے وتر کا ہے تو ۲۵ کے وتر کا طول قوس ۲۷۷۸۰۳ ہو اور یہ بہت
 قریب اصل طول کے ہے

دوسری مثال دتر ایک قوس کا ۱۸ ہے اور ارتفاع ۲۰ طول قوس کی دریافت کرو
 قطر ہے کہ $(4 + 20) \div 2 = 12$ پس اس سے طول چھوٹے قوس کا جس کا ارتفاع
 ۲۷۷۵۰۵ ہے دریافت کریں اور وتر نصف قوس کا جذر $\frac{1}{2} \times 277505 = 138752.5$

اس رقم حاصل کی اٹھ گئی سے وتر نصف قوس کا تقرب کر دو تہائی حاصل قوس کی یہ ہوگی ۲۰۷۳۳۸ یہ طول چھوٹے قوس کا ہو جس کا وتر
 ۱۸ ہے

اگر زیادہ تر صحت منظور ہو تو یہی عمل تیسری مرتبہ کر دو ۲۰۷۳۳۹ حاصل ہو اور اس میں اور پہلے
 جواب میں بہت کم فرق ہے محیط $277505 \times 3.14 = 871555 = 871555$
 چھوٹے قوس = 207339

بڑے قوس = 871555 یہ جواب ہے

مثالین مستحق کی وسطی (۱۱)

(۱) ایک دائرہ کا قطر ۳۳ ہے اور اس کی ایک قوس کا وتر ۱۴ ہے تو بتاؤ اوس قوس کا طول کیا ہوگا

جواب ۹۰۶۱۵۹ و ۱۴۵۶۵۸

(۲) ایک قوس نصف دائرہ سے کم ہے اور اس کا وتر ۳۳۶ ہے اور قطر ۶۲۵ ہے طول قوس کا دریافت کرو جواب ۳۵۴۷ و ۷۴

(۳) ایک قوس کا طول دریافت کرو جس کا وتر ۶ ہے اور ارتفاع ۱۶ ہے جواب ۷۹ و ۷۵

(۴) قوس کا طول کیا ہوگا جس کا وتر ۱۸۰ انچ ہے اور قطر ۸۳ $\frac{1}{2}$ انچ ہے

جواب = ۱۵۴ و ۵۵ انچ

(۵) وتر ایک قوس کا ۳۶ ہے اور ارتفاع ۴ ہے تو بناؤ طول قوس کا کیا ہے جواب ۱۷۱ و ۳۷

(۶) ایک قوس کا کیا طول ہوگا جس کا وتر ۲ گز ہے اور ارتفاع آٹھ گز ہے جواب ۳۲ و ۳۳ گز

(۷) ایک دائرہ کا محیط اس کی قطر سے ۱۰۰ گز بڑا ہے اور اس کا دو قوسوں کا وتر مشترک ۲۵ گز

ہے تو ان قوسوں میں چھوٹے قوس کا طول کیا ہوگا جواب ۳۸ و ۳۶ گز

فصل ہفتم دائرہ کی مساحت میں

(۱) ایک دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ

قطر کے مربع کو ۷۸۵۴۷ میں ضرب دو یا زیادہ صحت منظور ہو تو اس کو ۸۵۳۹۸۲ و ۷

میں ضرب دو حاصل ضرب قبدہ دائرہ کا ہوگا دلیل اس قاعدہ کی اس طرح سے خوب سمجھ میں آ سکتی ہے

کہ دائرہ کا یہ ایک کثیر الاضلاع ہے جس کے اضلاع کی تعداد لانتہا اور رقبہ کثیر الاضلاع کا

حاصل ضرب عمود اور نصف مجموعہ اضلاع کا ہوتا ہے یہاں عمود تو منطبق اور برابر نصف قطر کے عمود

اور مجموعہ اضلاع دائرہ کا محیط ہے اور محیط برابر ہوتا، قطر x ۱۴۱۷ و ۳ کے پس عمود

x نصف مجموعہ اضلاع میں بہہ ہوا کہ نصف قطر x $\frac{1}{2}$ (قطر x ۱۴۱۷ و ۳) کے یعنی مربع

قطر کا x ۷۸۵۴۷ میں

جب محیط اور قطر دونوں دائرہ کے معلوم ہوں تو نصف قطر کو نصف محیط میں ضرب دینے سے رقبہ دائرہ کا حاصل ہو جائیگا

انتباہ

پہلے ایک سان ترکیب ۱۴۱۴۳ میں ضرب دینے کی بیان کر آئے یہاں اسی قبل کی ترکیب ۱۵۴۷ میں ضرب دینے کی یہ ہے کہ جس عدد میں ضرب دینا ہوا ہو اسکو اون ۷۷ میں ضرب دین اور حاصل ضرب پر چار سوان حصہ حاصل ضرب کا زیادہ کریں تو حاصل وہی ہوگا جو ۷۸۵۴ میں ضرب دینے سے حاصل ہوتا

اول مثال قطر دائرہ کا ۴۲۷ ہے رقبہ اسکا بتلاؤ

آسان ترکیب

$$۲۲۲۰۴۴$$

$$\begin{array}{r} ۶۷۷ \\ ۱۴۴۴۴۴۸ \\ ۱۴۴۴۴۴۸ \\ \hline ۵) ۱۸۴۳۸۹۳۲۸ \\ ۳۷۲۷۷۷۸ \\ \hline ۱۹۰۱۱۷۵۰۴ \end{array}$$

ترکیب مروج

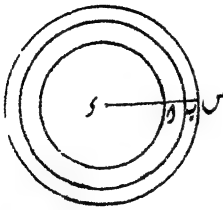
$$۲۲۲۰۴۴ = ۲(۴۲۷)$$

$$\begin{array}{r} ۶۷۷۸ \\ ۴۴۸۲۵۴ \\ ۱۲۱۰۳۲۰ \\ \hline ۱۴۲۷۵۱۲ \\ ۱۴۴۴۴۴۸ \\ \hline ۱۹۰۱۱۷۵۰۴۵۴ \end{array}$$

دوسری مثال ایک بیہ کا محیط ۸۷۸۸ اور ایک پیسے کا محیط ۳۱۸۳۱۸ ہے تو تین روپیہ کتنی ہلکے زیادہ بہ نسبت پیسے کے گہیرا ہے پیسے کا قطر ۳۱۸۳۱۸ x ۳ ہے اور روپیہ کا قطر ۳۱۸۳۱۸ x ۴ ہے اور رقبہ برابر ہوتا ہے قطر x ۱/۸ محیط اسلئے فرق رقبوں کا برابر

$$\text{ہو } ۱ - \frac{۲}{۸} = ۳۱۸۳۱۸ \times ۵۵۷۷ \text{ انچہ یہی جواب ہے}$$

تیسری مثال ایک دائرہ جس کا قطر ۲۳۸۸۸ انچہ ہے تین برابر حصوں میں اسے محیطوں سے تقسیم ہوا جن کا مرکز وہی ہے جو پہلا دائرہ کا تھا تو یہ دو برابر حلقے جو بنائے ہو ہیں ان کا عرض دریافت کرو جن حلقوں کا عرض اب اور بس ہے ان میں سے ہر ایک ساحت میں برابر اس دائرہ کے ہے جس کا قطر دیا ہے تو ان تینوں دائرہ متحد المرکز کے رقبوں میں نسبت ۱۵۲۷



کی ہوئی اور تمام دائرے منشأ بہ ہوئیں
اسوٹے ان دائروں کے رقبہ بنبت ایسی ہوگی
جیسے نصف قطر اور دایرہ اور دس کمرہوں میں
اسلمی معلوم ہوا کہ نصف قطروں میں وہ بنبت جو اوپر ۳۲
کے جذروں میں

پس اسوجہ سے $\frac{3}{4} \times 11 = 8 \frac{1}{4}$: $\frac{3}{4} \times 23 = 17 \frac{1}{4}$: 453894 انچہ بہ د ب ہے

$\frac{3}{4} \times 11 = 8 \frac{1}{4}$: $\frac{3}{4} \times 23 = 17 \frac{1}{4}$: 453894 انچہ بہ د ب ہے

پس عرض د ب ۰ ۲۵۰۲۰۰ انچہ ہے

اور دس = د ب = ب س = ۲۵۱۱۰۳ انچہ ہے

مثالین مشق کی واسطی (۱۲)

(۱) اوس دائرہ کا رقبہ کیا ہے جس کا قطر ۹۵ ہے جواب ۷۰۸۸۶۲۲

(۲) ایک گول میز کے اوپر کے تختہ کا رقبہ کیا ہوگا جس کا قطر ۱۲ گز ہے جواب ۱۵۵۹۰۴۳ گز

(۳) نصف قطر ایک دائرہ کا ۵۷ گز ہے تو اس کا رقبہ کیا ہوگا جواب ۱۰۳۸۴۵۸۹

(۴) ایک دائرہ کا قطر ۵ فیٹ ۷ انچہ ہو اس کا رقبہ بتلاؤ جواب ۲۲۸ فیٹ ۷ انچہ کے

(۵) ایک دائرہ کا محیط ۲۵ ہے اس کا رقبہ کیا ہے جواب ۷۹۵۳۴

(۶) دائرہ کا محیط ۳۵۵ ہو اور اس کا قطر ۱۱۳ ہے رقبہ دائرہ کا دریا کرو جواب ۱۰۰۲۸

(۷) ایک دائرہ کا رقبہ ۴۱۱ گز ہے اس کا قطر دریافت کرو جواب ۳۷۵۴۸ گز

(۸) اوس دائرہ کا قطر دریافت کرو جس کا رقبہ برابر ہو اوس مربع کے رقبہ کے جس کا ضلع

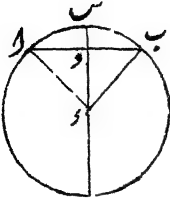
۴۲۸ گز ہے جواب ۱۱ گز

(۹) محیط اوس دائرہ کا دریافت کرو جس کا رقبہ ۳۱۹۵۲۰۵ ہے جواب ۷۳۵۳۳۴۵

(۱۰) ایک ایکڑ گول زمین کا قطر کیا ہوگا جواب ۷۸ گز

- (۱۱) نصف دائرہ کو مکمل کا ایک فرسٹ ہے اور اس کا قاعدہ ۴۰ گز ہے اور $\frac{1}{2}$ فیٹ چوڑا
 گز یا ۳ گز کا اوچین لگا ہے اور اس کے تریوٹ میں $\frac{1}{2}$ گز کے کچھ کڑوں میں گئے تو بتاؤ کیا
 لگت فرسٹ میں لگی ہو اب ۱۰ روپیہ ۱۴ روپیہ بانی
- (۱۲) ایک چکر کی سٹرک ہے اور اس کے اندر کے چکر کا قطر ۸ گز ہے اور باہر کے چکر کا ۲۳ گز
 قطر ہے تو اس چکر کی سٹرک پر کے گز بھری چھٹی جواب ۱۶۱
- (۱۳) ایک مربع کا ضلع دریافت کرو جب کا رقبہ برابر ہو ایک ایسے دائرہ کی جس کا محیط
 ۱۲۶، ۸۵، ۷۴ انچہ زیادہ اس کے قطر سے ہو جواب ۱۱۳ و ۱۱۵ انچہ
- (۱۴) دو دائرہ م' اور ن' ہیں اور ان کے رقبے ۳۰ $\frac{1}{2}$ و ۴۹ $\frac{1}{2}$ مربع فیٹ ہیں تو بتاؤ ن' میں
 کے درجہ کے قوس طول میں برابر م' کے ۲۲ کے قوس کے ہوگی جواب ۳۳
- (۱۵) ایک باغ نصف دائرہ کی شکل کا ہے اور اس کا احاطہ ۲۴۹ گز کا ہے تو بتاؤ اس
 باغ میں کس قدر زمین ہے جواب ۳ روڈ و ۸۰ واپول
- (۱۶) اگر ایک مثلث متساوی الاضلاع کے تینوں ضلعوں کا مجموعہ برابر ہو ایک دائرہ کے محیط کی
 تو ثابت کرو کہ مثلث کے رقبہ کو دائرہ کے رقبہ سے ایسی نسبت ہے جیسی کہ ۴۹ کو ہے ۸۱ سے
- (۱۷) موہن سوہن رادھا ملکر ایک سان کا چکر ۳۴ انچہ قطر کا ہے کو خرید اور اس قیمت میں سے
 موہن نے پیہ اور سوہن نے بیٹا اور رادھا نے بیٹا دئے تو بتاؤ موافق اپنی قیمت کو موہن اور
 سوہن اور رادھا کو اس سان کی کے کے انچہ تک کام میں لایا کیا استحقاق حاصل ہے
 جواب موہن کو ۶ انچہ اور سوہن کو ۴ انچہ اور رادھا کو ۸ انچہ
- (۱۸) فرض کرو کہ ہی سان کے لیے کو خرید ہوتا اور اس کا قطر ۳۰ انچہ ہوتا اور سوہن نے
 اور سوہن نے بیٹا اور رادھا نے بیٹا دئے ہوتے اور باغ انچہ مربع کا گروہ چھ چھ لکری لگا
 کے لئے چوڑا دیا تھا تو اب بتاؤ ہر ایک کے کے انچہ کی نصف قطر سان کو کام میں لایا کیا استحقاق
 رکھتا ہے جواب موہن ۳۵ و ۳۵ اور سوہن اور رادھا میں سے ہر ایک ۳۳ و ۳۰ انچہ

(۲) ایک دائرہ کا قطاع اور اس ب مثلثی شکل کا، اور دو نصف قطروں اور محیط کے درمیان واقع ہوا ہے



اور محیط اور نصف قطروں کے درمیان ہے
ظاہر ہے کہ رقبہ قطاع کا دائرہ کے رقبہ کا بیا حصہ ہوگا
جیسا کہ قوس اس ب محیط دائرہ کا حصہ ہے اس لیے قاعدہ
قطاع کے رقبہ دریافت کرنے کا مستنبط ہوتا ہے

قاعدہ

نصف قطر کو نصف قوس میں ضرب دو حاصل ضرب رقبہ قطاع کا ہوگا
پہلی مثال قوس ۴۲° ہے اور دائرہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے رقبہ قطاع کا دریافت کرو
دائرہ کا رقبہ $۸۵.۴ \times ۳.۱۴ = ۲۶۸.۵$ مربع فیٹ کی ہے اور ۴۲ میں سو ساٹھویں حصے برابر میں
سات ساٹھویں حصوں کے پس اس لیے رقبہ قطاع کا $\frac{1}{7}$ حصہ رقبہ دائرہ کا ہے
یعنی $۸۵.۴ \times ۳.۱۴ \div ۷ = ۳۸.۲$ م فیٹ ہے اور یہی جواب ہے

دوسری مثال وتر ایک قطاع کا $۲۴ \frac{1}{2}$ ہے اور قطر دائرہ کا ۳۰ ہے رقبہ قطاع کا بتلاؤ اب
یہاں میں موافق قاعدہ اول کے طول قوس کا ۲۸.۵ دریافت کیا اور پھر $۱۲ \times ۱۵ \div ۸ = ۲۱.۱$
یہی جواب ہے

مثالیں مشق کی واسطی (۱۳)

(۱) ایک قطاع کی قوس ۴۵° ہے اور دائرہ کا قطر ۱۲ ہے رقبہ قطاع دریافت کرو جواب ۱۴.۵

(۲) اس قطاع کا رقبہ بتلاؤ جس کا وتر ۱۲.۴ اور قطر ۲۵ ہے جواب ۱۰۰۰

(۳) ایک قطاع کی قوس ۳۲° ہے اور دائرہ کا قطر ۵ فیٹ ہے اس کا رقبہ بتلاؤ

جواب ۲۱۹.۲۵ ہے

(۴) ایک قطاع کا وتر ۱۹.۸ ہے اور دائرہ کا قطر ۲۸ ہے رقبہ قطاع دریافت کرو جواب ۱۵۳.۹

(۵) قطر دائرہ و وتر دائرہ کا ہے جو وتر سے قطع کیا جاو پہلی دفعہ کی شکل کو دیکھو تو

اجزاء اس ب اور اسی ب قطعات میں وتر اب سے قطع ہو کر میں اب ظاہر ہے کہ قبل نصف دائرہ سے کم قطعہ کا یعنی قطعہ کا پہلہ ہوگا کہ قطاع کے رقبہ میں سے اس مثلث کا رقبہ کم کریں جو نصف قطرون سے وتر سربنا ہے پس یہ قاعدہ قطعہ کے رقبہ دریافت کرنے کا مستنبط ہوا

قاعدہ

اول اسی قطعہ کے فوس پر جو قطاع واقع ہو اور اس کا رقبہ دریافت کرو اور پہلے اوپری مثلث کا رقبہ جو قطاع میں سے کم ہو کر قطعہ بدائے اس پر اور پہلے رقبہ میں سے دوسرے رقبہ کو تفریق کرو تو حاصل رقبہ قطعہ ہوگا اگر کہ قطاع جو قطعہ کے فوس پر بنی ہو اس کا رقبہ میں اور قطعہ کے رقبہ میں فرق بقدر رقبہ مثلث کو پرچس قطاع کے رقبہ میں سے مثلث کے رقبہ کی تفریق کرنے سے رقبہ قطعہ کا حاصل ہو جاوے گا اور جب قطعہ نصف دائرہ سے بڑا ہو یعنی قطعہ اکبر ہو تو جو قطعہ وتر شریک پر چھوٹا ہو اس کا رقبہ موافق قاعدہ مذکور الصدر کے دریافت کرو اور کل دائرہ کے رقبہ میں سے تفریق کرو

مثال ایک دائرہ کے چھوٹے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو وتر ۲۴ ہے اور قطر ۲۵ ہے

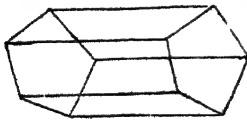
عمود جذر (اؤ-اؤ) کا ہے اور یہ $\frac{1}{2} \times 3 = 1.5$ اس کا ارتفاع ۱.۵ ہے اور اس کے نصف فوس کا ۱.۵ ہے اور اسی رجب فوس کا وتر ۴.۵ ہے دریافت ہوگا اور زیادہ صحت کی اس سبب کہ زاویہ قطاع کا ٹراپی آٹھویں حصہ فوس کا طول ۴.۵۰۰۴۴۴ دریافت کیا اور اس قدر کے آٹھ گنے سے ۴.۵۰۵۴۴ تفریق کرو اور حاصل تفریق کی جائے تہائی تو تو ہو طول فوس اس ب کا ۵.۴۱۵۳۲ معلوم ہوگا اور اس کے نصف کو نصف قطر میں ضرب دیں تو حاصل ضرب ۵.۴۳۰۹۳۴۵ حال ہوتا ہے پہلے قطاع کا رقبہ ہے اب اس میں سے رقبہ مثلث اس ب کا $\frac{1}{2} \times (۳.۲ \times ۲.۲)$ تفریق کرو تو حاصل تفریق ۵.۴۳۰۹۳۴۵ ہوگا اور یہ رقبہ قطعہ اس ب کا ہے

مسائل مشق کی واسطی (۱۷)

- (۱) ایک فیٹس کا وتر ۴۷ ہے اور قطر ۵۰ ہے تو رقبہ دائرہ کے چھوٹے قطعہ کا کیا ہوگا جواب ۲۷۴ ۱/۲
- (۲) ایک فوس کا وتر ۴۹ ہے اور قطر ۱۰۰ ہے چھوٹے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جواب ۲۱۲
- (۳) ارتفاع ایک فوس کا ۸۷ ہے اور قطر آبی قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جواب ۳۳۳۳۳
- (۴) وتر قطعہ مدور کا ۸ ہے اور ارتفاع ۳۳ ہے رقبہ کیا ہے جواب ۱۷۶۷۷۷
- (۵) قطعہ کا ارتفاع ۲۷ ہے گز ہے اور قطر ۲۵ گز ہے نو او سا رقبہ کیا ہوگا جواب ۲۵۱۵ م گز
- (۶) ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۳ ہے تو بناؤ رقبہ او میں اوس بڑے قطعہ کا جو ۱۰ انچہ وتر سے منقطع ہو کیا ہوگا جواب ۲۰۹ و ۵۲۲۷ انچہ

فصل ششم

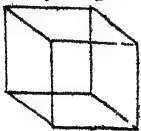
- (۱) علم ہندسہ میں جسم او سکو کہتے ہیں کہ جس میں متاد ثلاثہ یعنی طوائف عرض و مسک ہو ہیں او سکو ایک سطح یا کئی سطح احاطہ کرتے ہیں اور جو جگہ جسم میں گہرائی ہو او سکو جتایا تخت یا حجم کہتے ہیں
- (۲) منشور وہ جسم ہو کہ او سکی دونو قاعدوں کے سطح متوازی ہوں اور باقی اطراف میں او سکی سطح متوازی الاضلاع ہوں اب یہہہ قاعدہ منشور کے مثلث اور ذوالربعۃ الاضلاع یا کوئی اور مستقیم الاضلاع



ہو سکتے ہیں پس اگر منشور کے قاعدہ مثلث ہیں تو منشور مثلثی اور اگر مستطیل ہیں تو منشور مستطیلی اور اگر مربعی ہیں تو منشور مربعی اور خمس ہیں تو منشور مخمس اور علی ہذا القیاس کہلاتی ہیں اگر ایک منشور کی چھوٹی طرفوں کے سطح متوازی الاضلاع ہوں تو او س



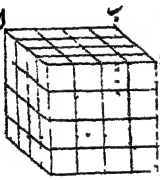
منشور کو جسم متوازی الاضلاع کہتے ہیں اور اگر یہی سطح متوازی الاضلاع قائمہ الزاویہ ہیں تو جسم کو جسم متوازی الاضلاع قائم کہینگے اور اگر وہ برابر مربع ہوں تو جسم کو مکعب کہینگے اور مکعب کا ہر طرف مکعب نہ ہوگی بلکہ اسکے کنارہ سے مراد ہوگی



جس منشور کی اطراف او سکی قاعدوں پر عمود ہوں او سکو منشور قائم کہینگے سو اسکے جواوہ صورت منشور کی ہو او سکو منشور مائل

(۳) مجسم کی جسامت نائچہ کے پانے اندر اٹھانہ طول عرض و سمک سے پیدا ہوتے ہیں فرض کرو کہ جسامت شکل کعبی اود کی بیان کرنی منظور ہو اور اس کو اوپر کی طرف سے برابر یعنی ہین اور اوس کا طول اور عرض اور سمک سب یکساں ہین
پس اگر طول اب ۱۱ انچہ اور عرض بس ۱۱ انچہ اور عمق

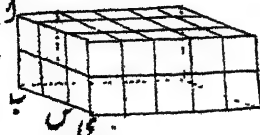
یا ارتفاع ۱۱ انچہ طول میں ہو تو ساری جسامت کو ہم ۱۱ انچہ مکعب کہینگے
لیکن اگر ہر ایک نائچہ کا ۴ انچہ طول میں ہو تو اب اور بس اور س دو کو برابر اور حصوں میں تقسیم
کرنی سے خطوط متوازی تقسیم کرتے ہوئے کہ پنجہ چار برابر حصوں میں جسم تقسیم ہوگا اور اوج حصوں میں
وہی ایک ہوگا نظارہ یہ کہ جسم وہی میں ہند ۱۱ انچہ مکعب میں جس قدر سطح
اور میں ۱۱ انچہ ہر ہی میں یعنی ۴x۴x۴ مکعب ۱۱ انچہ اور کل جسم چار چار وہی ہو جائے
اور میں ۱۶ انچہ مکعب ۴x۴=۱۶ مکعب ہونگے



(۴) مکعبی پتہ اکثر انچہ و فیٹ اور گز ہوتے ہیں بس ۱۲x۱۲x۱۲ یا ۲۸x۱۲x۱۲ مکعب پنجہ ایک مکعب فیٹ
میں اور ۳x۳x۳ یا ۲ مکعب فیٹ ایک مکعب گز میں ہوتا ہے اور فوٹ کی طرف دیکھا کریں اکثر
گیل کام میں تین لائیں گیلن شاپی آئیکار کے کا خانہ میں بہت مستعمل ہے اور اس کا طرف یعنی سٹاو
۴x۴x۴ یا ۲ مکعب انچہ ہے اور اوس میں ۴ کو اڑھ یا ۱۶ پٹ ہوتے ہیں
(۵) ایک منشور کی جسامت کعبی دریافت کرو

قاعدہ

ایک قاعدہ کے رقبہ کو اوس بعد عمودی میں کہ قاعدہ کے دریاں ضرب دو حاصل جسامت معلوم ہوگی
بہم مثال ایک سل سنگ سرخ کی ۵ فیٹ لمبی اور ۳ فیٹ چوڑی اور ۲ فیٹ موٹی ہو اور پتہ کیا ہوگی
فرض کرو کہ طول اس دیا پنجہ برابر حصوں میں تقسیم ہوا ہے اور عرض بس ۳ برابر حصوں میں



دل اب ۲ میں تو سطح اس میں ۳x۴ یا ۱۲ فیٹ ہیں
اسو مجسم وہی میں مکعب فیٹ میں کل سل اود میں ۱۲ مکعب فیٹ

۱۰ مکعب فیٹ ہوئی

دوسری مثال منشور مثلثی او طول میں ۶ انچہ ہر اور اوہر ایک عدد کے منسلک ۴ ۱/۲

۱۰ ۱/۲ ہے انچہ میں اگر اب ۴ ۱/۲ ہے اور اس ۶ ۱/۲ اور بس ۵ انچہ ہر اور قہ قاعدہ

۱۰ بس کا ۳ ۱/۲ مربع انچ دریافت ہوگا

بس ۱۱ ۱/۲ جسم ۱۱ ۱/۲ مکعب انچ ہوگا اور کل منشور ۱۱ ۱/۲ انچہ مکعب ۶ x

۸ = ۳ مکعب انچہ کی

یہ ظاہر ہے کہ منشور مثلثی نصف منشور ذوالربعہ الاصلہ کی ہو تو تا بشرطیکہ ارتفاع دونوں کا ایک

تیسری مثال ایک برتن ۲ فیٹ لمبا اور ۱/۲ انچہ گہرا اور ۱/۲ انچہ اوپر چوڑا اور ۱/۲ انچہ نیچے سے

چوڑا ہے تو بتاؤ او میں کے گیلن بانی آویگا

یہاں قاعدہ منشور کے ذور قہ میں اور رقبہ ہر ایک برابر ہے حاصل ضرب مجموعہ ضلع مواز

عرض اور عمق کی یعنی ۱/۲ (۱۵ ۱/۲ x ۸ ۱/۲) مربع انچ کی اور او سکھ طول ۸۴ انچہ میں ضرب دینے کو

برتن کا ظرف معلوم ہوگا اور چونکہ ۴ ۱/۲ x ۵ ۱/۲ x ۲ ۱/۲ مکعب انچہ گیلن ہوتا ہے تو اس حاصل ضرب

اس عدد پر تقسیم کر کے اس کی تحویل گیلن کی طرف کرو تو تمام عمل کی یہ صورت ہوگی

$$\frac{84 \times 16 \times 43}{2 \times 5 \times 4} = 20628$$
 گیلن ہی جواب ہے

چوتھی مثال ایک سنگ مرمر کی سل ۲ فیٹ لمبی ۱۰ ۱/۲ انچہ چوڑی اور ۱/۲ انچہ بیری

تو بتاؤ جو مکعب کی صورت کی سل اس کے برابر جماعت میں ہوگی اس کا کنارہ کیا ہوگا اور

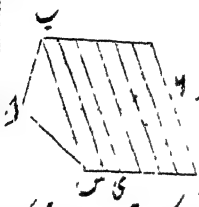
سل کا سقد طول کم کر کے ایک مکعب فیٹ جماعت رہ جائے اب جماعت ہی

$$10 \times 2 \times \frac{1}{2} = 10$$
 مکعب انچہ ہے

اب اگر ہم جماعت مکعب کی صورت میں ہو تو اس کا ایک کنارہ جزو مکعب ۱۰ ۱/۲ کا ہوگا اور اس

جزو مکعب کی سطح اکثر لکھا کرتے ہیں کہ ۱۹۲۸ اور یہ برابر ہے $30 \times 4 \times 3 = 360$ ۲۸۹ ۱۲۵ ۱۲۵ ۱۲۵

اور ۱۹۲۰ - ۱۴۲۸ = ۱۹۲ مکعب انچہ سقد کم ہو جائے تاکہ ایک مکعب فیٹ بانی بڑے اور یہ ۱۹۲



مکعب انچہ دسواں حصہ کل جسامت کا ہے جسے معلوم ہوا کہ طول میں دسواں حصہ کم ہو یعنی $27 \div 10 = 2.7$ انچہ
 اعتباراً اول انچہ نہ ہو جسے کہ ہم منشور کی سطح بیرونی کے رقبہ کے دریافت کرنے کے لئے نئی قاعدہ
 سزائیں جو پہلے نئے لکھ چکے ہیں انہیں سے کام نہ لگتا ہے مثلاً مثال گذشتہ میں اگر اس کی
 سطح بیرونی کا رقبہ دریافت کرنا ہو تو دو قائم الزاویہ میں ایک رقبہ $\frac{1}{2} \times 12 \times 12$ اور دو قائم الزاویہ
 میں ہر ایک رقبہ $\frac{1}{2} \times 12 \times 27$ پس کل رقبہ چاروں طرفوں کا برابر ہوگا یا مضرب مجموعہ ضلع او طول کے
 یعنی $27 \times 34 \times \frac{1}{2} = 462$ م انچہ کے اب اگر اس پر قباؤس کے قاعدوں کا یعنی

$\frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72$ کے زیادہ کر دینے کو ہر ایک رقبہ سطح بیرونی سے 10.32 م انچہ حاصل ہو جائیگا
 منشور کی سطح بیرونی اور سطح مستقیمہ الافضلاع سے مرکب ہوتی ہیں۔ مگر رقبہ دریافت کرنے کے لئے قاعدہ
 بیان ہو چکے ہیں اور قاعدوں کے اوپر سطحوں کے قباؤس دریافت کریں اور جمع کریں تو وہی نتیجہ ہوگا جو مجموعہ
 اضلاع قاعدہ منشور کو طول منشور میں ضرب دینے کا مضرب ہر دو قاعدوں کا رقبہ زیادہ کر لیں
 اعتباراً دوم جس طرح ایک متوازی الاضلاع غیر قائم الزاویہ اور متوازی الاضلاع قائم الزاویہ جو ایک قاعدہ پر
 واقع ہوں اور ارتفاع ان کا ایک ہی ہو پس جس میں برابر ہوتی ہیں اس سطح منشور قائم الزاویہ کا ایک ہی
 قاعدہ پر واقع ہوں اور ارتفاع او کا ایک ہی ہو جسامت میں آپس میں برابر ہوتے ہیں

مثالیں منشور کی وسطی (۱۵)

- (۱) ایک لکڑی کا ٹکڑا ۱۸ اینٹ لंबا اور ۱۳ انچہ چوڑا اور ۱۵ انچہ موٹا ہو اس کی جسامت دریافت کرو جواب ۱۵
- (۲) ایک تہر مکعب کی شکل کا ہو اور اس کا ہر کنارہ ۳ اینٹ ہو اس کی جسامت بتاؤ جواب ۴۲ ک فیٹ
- (۳) ایک کمرہ ۱۱ فٹ ۸ انچہ طول میں اور ۱۵ فٹ ۵ انچہ عرض میں اور ۹ فٹ ۳ انچہ ارتفاع میں ہو اس کا
 اس کے اندر کس قدر ہوا سما سکیگی جواب ۱۱۲ ک فیٹ ۲۲۸ انچہ
- (۴) سال کے ایک سو بیس تختے ہیں جنہیں سے ہر ایک ۷ فٹ لंबا اور ۱۵ انچہ چوڑا اور ۱۵ انچہ موٹا ہو اس کا
 اس کی جسامت کیا ہے جواب ۱۴۵ ک فیٹ

(۵) آٹھ لودار کے تختے ہیں جنہیں سے ہر ایک ۷ فٹ ۱۵ انچہ طول میں اور ۱۵ انچہ عرض میں اور ۱۵ انچہ

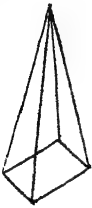
سوتائی میں، اور ایک مکعب لکڑی کا وزن ۱۶ سیر ہوتا، تو بتاؤ اون سب تختوں کا وزن کیا ہے
جواب ۴ من ۲۸ سیر ۲ چٹانک

- (۷) ۴ انچہ عرض کا تختہ ۱۴ فٹ لمبا اور ۲ ۱/۲ انچہ موٹا ہو تو بتاؤ مکعب فیٹ وہ کتنے ہو گئے۔ تختوں کا وزن کیا ہوگا اگر ۴ مکعب فیٹ ایسی لکڑی کا وزن ۲۷ من ہو جواب ۴۱ من ۱۹ سیر ۲ چٹانک
(۸) ایک منشور مثلثی ساں کا ۱۳ ۱/۲ انچہ لمبا، اور اوپر کے قاعدے مثلث قائم الزاویہ میں جبکہ وتر ۹ ۱/۲ انچہ اور تبادلو ۸ ۱/۲ انچہ ہو اور وزن ایک مکعب لکڑی کا ۲۸ سیر ۱۵ ۱/۲ چٹانک ہے، تو بتاؤ جواب ۲ سیر ۲ چٹانک
(۹) ایک شیشہ کا پرکالا ۲ فٹ ۷ انچہ عرض ۲ فٹ ۵ انچہ عمق اور ۳ ۱/۲ انچہ دیر ہو تو اس کی جسامت بتلاؤ اور اگر قیمت ہے فی مکعب فٹ ہے تو اس کی قیمت کیا ہوگی جواب ۳۳ ۱/۲ لک انچہ اور قیمت ۲۰ روپیہ
(۱۰) ایک مثلثی راک کی سائے اور اس کا وزن ۴۴ سیر ۲ چٹانک فی مکعب ہو اور طول اس کا ۸ ۱/۲ فٹ اور عرض اور موٹائی بن بن ۱۱ انچہ ہے تو اس کا وزن دریافت کرو جواب ۸۰ من ۷ سیر ۳ ۱/۲ چٹانک
(۱۱) دو تختے ہیں جن میں سے ایک کا عرض ۱۴ ۱/۲ انچہ ہو اور دوسرے کا ایک طرف کے کناروں کو طول میں اوپر تلو لایا اور دوسری طرف کے کناروں میں ۵ انچہ کا فرق رکھا اور سطر حکا ایک قلابہ بنا کر منبہ میں لگا دیا یہ بتاؤ اس کے ایک گز طول میں کس قدر بانی سماویگا جواب ۳۳ ۱/۲ ۴۵ ۱/۲

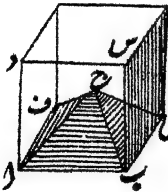
- (۱۲) ایک صندوق کے ہر طرف ایک مربع ۱۰ انچہ ہو تو بتاؤ اس صندوق کا ظرف کیا ہے جواب ۳۱ ۱/۲ ۴۲ ۱/۲
(۱۳) ایک مکعب کی جسامت ۵ ۱/۲ ۴۹ ۱/۲ ۲۰ لک لیتے تو اس کے کنارہ کا طول کیا ہوگا جواب ۳۳ ۱/۲ انچہ
(۱۴) ایک تہر کا وزن ۱۸ من ۴ سیر اور وہ ۵ ۱/۲ انچہ لمبا اور ۲۳ ۱/۲ انچہ عرض اور ۱۴ ۱/۲ انچہ عمق ہو تو اس پر تہر میں ایک مکعب بناؤ اور اس کا وزن ۴۴ سیر کا ہو تو اس کا ضلع کیا ہوگا جواب ۱۲ ۱/۲ انچہ
(۱۵) ایک مکعب فیٹ بانی کا وزن ۳۱ سیر ۲ چٹانک ہوتا ہے، تو بتاؤ جس مکعب طرف میں ۱۲۰ من بانی آوے تو اس کا عمق کیا ہوگا جواب ۵ ۱/۲ ۳۵ ۱/۲

- (۱۶) ایک منشور کی سطح بیرونی اور جسامت دریافت کرو اور اس منشور کی یہ کیفیت ہو کہ ۵ ۱/۲ فٹ تو لٹیا اور اس کے پانچ پہلو میں اور کنارہ اوپر کے قاعدہ کے سطح میں کہ لٹ ۲ ۱/۲ انچہ اور ہر ۲ ۱/۲

(۲۱) ایک سو بیس ٹرک کی ۱۸۰ گز طول کی سلامی اوپر سے ۲۴ فیٹ عرض کی اور پچھ سو ۱۰۰ فیٹ عرض کی اور بجایہ وسط ۵ فیٹ بلند کی گئی اور اس ٹرک کے گرد ٹرک پرٹی ڈالنے کی لٹی کھدائی کی گئی ہے اور ۴ فیٹ چوڑی اوپر اور ۲۴ فیٹ چوڑی تہہ پر اور بجایہ وسط ۲۳ فیٹ گہری کی گئی ہے تو بتاؤ مٹی کس قدر جسامت میں کھد کر ٹرک کے اوپر بڑھنے سے بڑھ گئی جواب ۵۸ ۵۵ ۵۳ فی مکعب (۲۲) ایک سنگ مرمر کی سل کا وزن فی مکعب ۸۷ پارس کے حساب سے ہے اور وہ ۵ فیٹ لمبی اور ۳ فیٹ چوڑی ہے اب ہم اس کو اندر سے خالی کر کے ایک کھل ۱۲۰ اسیرو وزن کی بنائی جسکی سب طرف کناروں کا دل ۷ انچم ہو تو بتاؤ وہ کس قدر گہری ہے جواب ۵۹ ۵۸ ۵۷ فیٹ (۴) مخروط مضلع وہ جسم ہے جس کا قاعدہ ایک سطح مستقیمہ الاضلاع ہو اور اس کے سب طرف کے اطراف ایک ایک متحرک خیمہ ہوں اب اگر قاعدہ مثلث ہو تو اس جسم کو مخروط مثلثی اور اگر مستطیل



تو مخروط مستطیلی اگر مربع ہے تو مخروط مربعی اور علیٰ ہذا القیاس کیننگ اور ونین ایک مخروط قائم ہوتا ہے دوسرا مثل اس کا بیان آگے آویگا ایک مخروط کی جسامت دریافت کرو



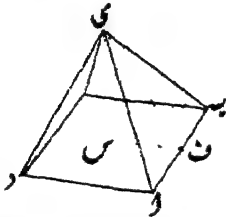
قاعدہ

سطح قاعدہ کو ارتفاع عمود کی تہائی میں ضرب دو مضارب جسٹا مخروط ہوگی فرض کرو دہی ایک مکعب اور دہ ایک سو چھ پون کے مساوی ہو

ہو اور آج مکعب کا مرکز یعنی نقطہ عین وسط میں ہو تو ظاہر ہے کہ اگر اس نقطہ وسط اور ایک طرف کے کونوں کو دہی دہی وقت میں خطوط تقسیم لائن تو ایک مخروط مربعی بن جائیگا اور یہی ظاہر ہے کہ مکعب میں چھ ایسے مخروط ہیں وہ سب ملکر مکعب کی صورت پیدا کرتے ہیں لیکن جسامت مخروط کی ایک سد جسامت مکعب کا ہوگا اور جسامت مکعب کی اصل ضرب قاعدہ دہی دہی اور ارتفاع بس کا ہوگا جسٹا جسامت مخروط کی مضارب ہی قاعدہ اور ارتفاع بس کے چھ حصہ یعنی ایک نصف تہائی بس کا یا ایک تہائی ارتفاع مخروط کا ہے

علم ہند میں سطح ثابت ہوا کہ رقبہ کسی مثلث مستقیمہ ضلع کا حاصل ضرب قاعدہ اور نصف ارتفاع عمودی کا ہوتا ہے، اسی طرح یہی ثابت ہوا کہ جسٹ مخروط کی حاصل ضرب سطح قاعدہ اور تہائی ارتفاع عمودی کی حقیقت میں مخروط کی جسامت ایک تہائی اونٹن کی ہر چاروں فی قاعدہ برابری ارتفاع کو ساتھ بنایا جاتا ہے، پہلی مثال قاعدہ مخروط کے کنارے ۶ و ۸ و ۱۰ ہیں اور ارتفاع ۵ ہے، انچہ ہے تو اس کی جسامت کیا ہوگی چونکہ قاعدہ کے ضلع میں نسبت ۳ و ۴ و ۵ کی ہے اس لیے معلوم ہوتا ہے کہ قاعدہ مثلث قائم الزاویہ اور اس کے رقبہ اور اس کا $\frac{1}{2} \times (8 \times 6) = 24$ مربع انچ ہے اور جسامت ۲۲ انچہ مربع $\frac{1}{2} \times 5$ کا $\frac{1}{2} \times 5 \times 24 = 60$ مکعب انچ ہے

دوسری مثال ایک مخروط مربع قائم کا ارتفاع قائم اور ارتفاع مائل اور سطح بیرونی دریافت کرو اس کے قاعدہ کا رقبہ ۲۲۰ مربع انچ ہے اور جسامت اس کی ایک مکعب ہے



فرض کرو کہ ب قاعدہ مخروط = ۲۲۰ مربع انچ اور قس سی ارتفاع قائم عمود قاعدہ ب دیر اور سی ق ارتفاع مائل خط

و ب پر عمود ہے تو ارتفاع عمودی یون دریافت ہوگا کہ $س \times ۳۲ = ۲۲۰$ سو $س = ۱۷$ اور سطح بیرونی $س = ۱۵$ انچہ اور ارتفاع مائل سطح بیرونی معلوم ہوگا کہ $۳۲ \times ۱۵ = ۴۸۰$ و یا و ب کے جس کا نصف = $س \times ۲$ اسے معلوم ہوگا کہ $س = ۱۵$ اور $س \times ۲ = ۸۵$ تو دوسری ق جذر $(س ی + س ن)$ کا $۱۷^2 + ۱۵^2 = ۴۸۴$ ہے یہ ارتفاع مائل ہے اور سطح بیرونی یون معلوم ہوگی کہ چونکہ مثلث ای ب کو رقبہ ب دیر زیادہ کرو تو رقبہ سطح بیرونی مخروط کا حاصل ہوگا چونکہ ب حاصل ضرب سی ق اور نصف مجموعہ ضلع قاعدہ ب د کا ہے اس لیے ہوگا کہ $۱۷ \times ۱۵ \times ۲ = ۳۲۰ + ۳۴۵۸۶۸$ یہ جواب سطح بیرونی کا ہوا

مثالین پیش کی (۱۴)

(۱) ایک مخروط مربع کا ارتفاع ۲۷ فٹ بلند ہے اور ہر یک ضلع قاعدہ کا ۵ فٹ ۸ انچہ ہے جسامت اس کی دریافت کرو جواب ۲۸۵ مکعب فٹ

(۳) ایک مخروط مثلثی کا ارتفاع ۹ انچہ اور اس کے قاعدہ کا ہر یک ضلع ۳ انچہ ہے تو بناؤ اس کی جسامت کیا ہوگی جواب ۷۶۴ ۷/۸ مکعب انچہ

(۳) ایک مخروط مثلثی کا ارتفاع ۲۳۰ اور قاعدہ کے ضلع ۱۵۵ و ۱۲۵ و ۲۰۰ ہیں بناؤ جسامت جواب ۱۰۹۰۰

(۴) ایک مخروط مربعی کا ارتفاع عمودی ۴۸ فیٹ ہو اور قاعدہ کا کنارہ ۲۱ فیٹ ہو تو بناؤ اس کی جسامت مکعب گز اور اس کی سطح بیرونی کے مربع گز ہے جواب ۱۵۲ ۱/۲ مکعب گز اور ۵۵۲ مربع گز

(۵) ایک مخروط کا ارتفاع ۱۲ فیٹ ۴ انچہ ہو اور اس کا قاعدہ ایک مربع الاضلاع ابس ۳ ہے اب ۴ فیٹ ۲ انچہ ہو اور ابس ۲ فیٹ ۴ انچہ اور ۲ فیٹ ۲ انچہ اور ۲ فیٹ ۲ انچہ اور ۲ فیٹ ۲ انچہ

۷ انچہ ہے تو بناؤ اس کی جسامت کیا ہوگی جواب ۲۲ مکعب فیٹ ۷/۸ انچہ

(۶) ایک مخروط مستطیلی ۲ ۱/۲ گز بلند ہو اور عرض قاعدہ کا ۳ گز ہے اور قطر قاعدہ کا ۱/۲ گز تو بناؤ اس کی جسامت کیا ہوگی اور سطح بیرونی کیا ہوگی جواب ۲۱ ۱/۲ مکعب گز ۷۶۵۸۷۰ گز

(۷) قاعدہ ایک مخروط قائم کا ایک مثلث متساوی الاضلاع جس کا ہر یک ضلع ۲۹ ہو اور ارتفاع اس کا ۱۴ ہے تو بناؤ اس کے سطح بیرونی کیا ہوگا اور جسامت کیا ہوگی جواب جسامت ۳۳۰۰۳۷۳۳۲ سطح ۱۲۷۷۷۰۳۳۲

(۸) اگر ایک مخروط میں سے ایک سطح مستوی متوازی قاعدہ کے کچھ ایک مخروط جدا کر لیں تو باقی حصہ مخروط کا ہوگا اور اس کو مخروط ناقص کہتے ہیں مثلاً اگر سی ب مخروط ناقص مخروط س ب کا ہو



یہ علم ہندسہ میں ثابت ہوا کہ کل مخروط قاعدہ کے اضلاع میں دی نسبت ہو چھوٹے مخروط کے قاعدہ متوازی دی کے اضلاع میں نسبت ہو

اگر م کو بسیم دی نسبت ہو جو دات کو ہی ن دی اور علی بذالقیاس اب فرض کرو کہ ارتفاع مخروط ناقص د ب کا ۱۰ انچہ ہے اور ب م ۷ انچہ ہو اور سی ن ۸ انچہ ہو اور ابس ہر ہے کہ دی کے اطراف جہد کم

ہو جاویں گے اس کے متصل ہوئی جائیگی جیسے پہلو بہ پہلو ہوگی تو وہ اطراف بالکل صفر ہو جاویں گے پس اس بات بزرگ فوکرین تو ہم ارتفاع مخروط کامل کا اس طرح دریافت کریں گے کہ انچہ میں ۱۲ انچہ

۱۰ انچہ کے ارتفاع پر کریم ہو تو انچہ میں ۷ انچہ ہوگی ۷ انچہ کے ارتفاع پر کریم ہوگا اب ۱۰ انچہ

کم ۱۰ ۱/۲ انچہ برتنے میں تو ۱۱ انچہ کم ۳ ۱/۲ انچہ پر ہوگا اور ۱۱ انچہ کم ۳ ۱/۲ یعنی ۲۲ ۱/۲ بر کم ہوگا
 پس معلوم ہوا کہ مخروط کامل کا ارتفاع ۲۲ ۱/۲ ہے پس اب سبب مخروط ناقص کی جسامت
 دریافت کرنیکی حال ہوئی کہ کل مخروط کا قاعدہ اور ارتفاع معلوم ہے اور مخروط مقطوع کا ہی قاعدہ
 اور ارتفاع معلوم ہے ان دونو مخروطوں کی جسامتوں کا فرق جسامت مخروط ناقص کی ہوگی
 فرض کرو کہ قاعدہ $\frac{1}{2} \times 14$ مربع ہے اور دہی ۱۶ ہے

$$۲۹ \times \frac{1}{2} \times ۲۲ = \text{جسامت مخروط کامل کے}$$

$$۱۶ \times \frac{1}{2} \times ۱۲ = \text{جسامت مخروط ناقص پر زیادہ ہو کر مخروط کامل بنا ہے}$$

اسکا حاصل تفریق ۳۲ ۱/۲ مکعب انچہ جسامت مخروط ناقص کی ہوئی

لیکن اگر حساب جسامت مخروط ناقص کا اس قاعدہ سے ہوتا ہے

قاعدہ

دونو سروں کے رقبوں کو جمع کرو اور حاصل جمع پر اون رقبوں کے صلیب ضرب کا جذر زیادہ کرو اور حاصل کو مخروط
 ناقص کے ارتفاع کے ہوائی میں ضرب دو

طالب علم جو کچھ پر مقابلہ سے واقف ہونگے وہ اس قاعدہ کی اصل سطح سمجھ سکتے ہیں کہ فرض کرو کہ سطح بڑی سر کی ڈھلے
 اور چھوٹی سر کی سطح بڑے سر کے ایک ضلع کو چھوٹے سر کے ایک ضلع کے ساتھ موافق اپنی نظیر کے ایسی نسبت ہوگی جیسی کہ
 ڈھلے سے سطح اور ارتفاع مخروط کامل کو ہی مخروط مقطوع کے ارتفاع سے اس سبب کہ وہ مشابہ ہیں ایسی ہی نسبت ہو اسو
 اگر پہلے مخروط کے ارتفاع کو x سے اور دوسرے ارتفاع کو y سے تعبیر کریں تو ص: ط :: ق: سطح پس ع-ق
 ارتفاع مخروط ناقص کا ق x ط-ص اب جسامت مخروط کامل کی ط ق سطح اور مخروط مقطوع کی جو مخروط
 مقطوع پر زیادہ ہو کر مخروط کامل بنا ہے ط ق ص اسو طے حاصل تفریق ان دونو لگا

$$\frac{1}{2} \times (ط + ص) = \frac{1}{2} \times (ط + ص) \times (ط - ص) \text{ اور یہی قاعدہ جو اوپر بیان ہوا}$$

پہلی مثال ایک مربعی مخروط ناقص کا ۱۰ ۱/۲ انچہ ارتفاع ہے اور گنبد بڑے سر کا ۱۱ انچہ ہے اور چھوٹے
 ۳ انچہ سے تو بناؤ اس کی جسامت کیا ہے

دوسری مثال ایک سنگ مرمر کا مخروط مثلثی ناقص ہے اور اسکی ایک سر کے کنارے ۱۲، ۱۵ اور ۹ انچ ہیں اور بڑے سے بڑا کنارہ دوسرے سر کے ۱۰ انچ ہے اور ایک کھنٹ کا وزن ۸۴ سیر اور اس مخروط کا وزن $\frac{1}{2} \times 84 = 42$ سیر کے تو بتاؤ ارتفاع مخروط ناقص کا کیا ہے

اضلاع چھوٹے سر کے جنہیں نسبت ۱۲، ۱۵ و ۹ کی ہے اور ۸۴ میں اور ہر ایک سر ایک مثلث قائم الزاویہ اس کے اوپر کے رقبے ۵۴ اور ۲۸ انچ مربع ہیں اور جزاؤں کے حاصل ضرب کا ۳۶ مربع ہے اس واسطے انکے مجموعہ ۱۸ کو اس ارتفاع کے انچوں میں ضرب شدہ سر اور حاصل کو ۷۸ تقسیم کرنے سے جس فٹوں میں معلوم ہوگی اور ان کعب فٹوں کو ۸۴ میں ضرب دین تو وزن حاصل ہوگا یعنی $\frac{38 \times 84}{1428} \times \text{ارتفاع} = \frac{1}{2} \times 84 = 42$ سیر اس واسطے ارتفاع $\frac{42 \times 28 \times 14}{38 \times 84} = 15 \frac{1}{2}$ ہے

ہی جواب ہے

مثالین مشق کی وسطی (۱۷)

(۱) ایک مخروط ناقص سطح کل ارتفاع ۴ فٹ ہے اور اس کے ایک سر کا طول اور عرض ۳ فٹ اور $\frac{1}{2}$ فٹ ہے اور دوسرے سر چھوٹے سر کے ۱۸ انچ اور ۹ انچ جس کی دریافت کرو جواب ۱۷ کعب فٹ ۲۸۸ کعب انچ

(۲) ایک ناقص مخروط مربع کے ایک سر کا ہر ایک ضلع $\frac{1}{2}$ انچ ہے اور دوسرے سر کے ہر ایک ضلع $\frac{1}{4}$ انچ اور ارتفاع ۲ انچ ہے جامت اسکی بتلاؤ جواب $\frac{19}{12}$ کعب انچ

(۳) ایک مخروط ناقص مثلثی ہے اور اس کے دونوں سر مثلث متساوی الساقین ہیں اور ایک سر کے کنارے ۴ و ۴ و ۱۱ فٹ ہیں اور دوسرے مثلث کے ضلع اس پر مثلث کے ضلعوں سے سبب ہیں اور ارتفاع مخروط ناقص کل ۲۰ فٹ تو بتاؤ اس کے جامت کے کعب گز ہے جواب $\frac{1}{2}$

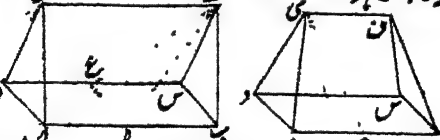
(۴) ایک گاودم گھڑی کا ٹکرا ۸۱ میٹ تھا ہے اور اس کے دونوں سر متوازی الاضلاع

مثلاً کسی شکل کے ہیں اور اون میں سے بڑی ۳۲ انچ سے ۲۰ انچ ہے اور چوٹی ۱۰ انچ سے
 ۴ انچ اور وزن فی مکعب فٹ ۱۵ سیسے تو اس کا وزن منوں میں دریافت کرو
 جواب ۷ من ۲۷ سیر کچھ زائد

(۵) ایک برتن کی شکل ایسی جیسے مخروط ناقص ربعی ہوتا، اس میں فٹ چھڑا اور پورے فٹ
 ۲ انچ چڑا ہے اور ایک فٹ گہرائی اگر وہ آدھا ہو جائے تو کے گیلن پانی او میں آویگا اور
 اس کے اندر کی سطح کیا ہوگی جواب ۷۵ ۷۵ ۲۰۵ گیلن اور ۱۵ فٹ

(۶) ایک ناقص مخروط مثنیٰ ہے اور ۱۵ فٹ بلند ہے اور بڑے قاعدہ کا ہر یک ضلع ۶ فٹ ۱۰ انچ
 اور اس قاعدہ کے مرکز سے عمود کسی ضلع پر نکال لگایا ۸ فٹ ۳ انچ ہے اگر ہر یک ضلع چھوٹے قاعدہ
 کا ۲ فٹ ۱۹ انچ ہو تو بتاؤ جسم مخروط ناقص کی کیا ہوگی جواب ۷۲ ۷۲ مکعب فٹ
 (۷) ایک مخروط ناقص کی جسامت ۲۲ ۱/۲ فٹ ہے اور اس کے سر مثلث متساوی الاضلاع
 ہیں نیچے کے سر کا ضلع ۸ فٹ ہے اور اوپر کے سر کا ضلع ۶ فٹ تو بتاؤ ارتفاع مخروط ناقص کیا ہے
 اور ارتفاع کو کقدر طرہ میں کہ مخروط کامل ہو جائے جواب ۲۰ فٹ اور ۶ فٹ زیادہ

(۸) فائدہ ایک جسم ہوتا، اس کی شکل ایسی ہوتی ہے جتنی پانی یا مٹی یا فائدہ لکڑی جیروقت دیکھا ہوگا
 اس کا ایک قاعدہ جو گوشہ والے کٹر



مستطیل اور بعض اشکات کوئی اور
 چار ضلعے کی شکل ہوتا، اور عرض اس کا ایک رخ ہوتا ہے اور پھر وہ بھی جو گوشہ ہے اس میں دو رخ مثلث ہوتا ہے
 اور اس کو اس رخ کے انجانوں پر جو ہیں ہر یک جسم وقت دے فائدہ کی شکل ہے او میں دب قاعدہ ہے
 اور یہی فائدہ کہنا ہے کہ اگر وہ اور قاعدہ کے طول میں برابر ہوں تو جسم ایک منشور مثنیٰ کی شکل کا ہوگا
 اور مخروطوں کی ایک اور فائدہ کے مساوات سے ظاہر ہے کہ منشور مثلث کے فائدہ برابر
 منشور قائم وقت دب کر جسامت منشور مثلث کے برابر ہوگی حاصل ضرب رقبہ اسی او طول
 اب کے برابر ہے عرض ایک حہد ارتفاع قائم منشور طول حہد کے

فرض کرو کہ قاعدہ کا طول ۱۰ پے اور دوسرے شکل میں ۱۰ پے اور ۱۰ پے ہو تو مجموعہ دونوں یعنی جسم ہو گا
ایک منشور مثلثی فصیح جس اور ایک مخروط مثلثی یعنی فصیح میں اب اگر معلوم ہو کہ ۱۰ پے ہے
اور بس ۲ پے اور ۱۰ پے اور ارتفاع ۷ پے ہے تو جسامت منشور کی
 $(۲ \times ۱۰) \div ۳ = ۱۳ \frac{۱}{۳}$ پے اور جسامت مخروط $(۱۰ \times ۱۰) \div ۳ = ۳۳ \frac{۱}{۳}$ پے اور مجموعہ انکا یعنی جسامت



جسم کی $۱۱۷ \div ۵۴۲۵$ ہے اب یہ فرض کرو کہ ۱۰ پے ہے
یہ کہ فصیح کو برابر فصیح کے بنا دین تو جسامت جسم کی
حاصل تقریبی جسامت منشور مثلثی فصیح اور مخروط مثلثی فصیح کا ہو گا پس اگر ۱۰ پے ہے اور
بس ۲ پے ہے اور ۱۰ پے اور ارتفاع ۷ پے ہے تو جسامت منشور $(۲ \times ۱۰) \div ۳ = ۱۳ \frac{۱}{۳}$ پے
منفی جسامت مخروط $(۱۰ \times ۱۰) \div ۳ = ۳۳ \frac{۱}{۳}$ پے سے جسامت فائدہ کی حاصل ہوگی لیکن اس فائدہ کی جسامت
اس فائدہ کو نہایت آسانی سے دریافت ہوتی ہے کہ گنا رہ کے طول کے ساتھ فائدہ کے دو بند
طول کو جمع کریں اور حاصل کو تین پر تقسیم کر کے اوسط طول نکالیں اور پھر اس اوسط طول کو
عرض اور ارتفاع کے نصف حاصل ضرب میں ضرب دین

اگر ارتفاع کو ۱ سے اور گنا رہ کے طول کو ۷ سے اور قاعدہ کے طول کو ۱۰ سے اور قاعدہ کے عرض کو ۷ سے تب
کرین اور قاعدہ ۱۰ پے ہو تو مجموعہ جس میں ایک کہ پہلے اول بیان کیا ہے یہ حاصل ہوگا کہ جسامت منشور
 $(۱۰ \times ۷) \div ۳ = ۲۳ \frac{۱}{۳}$ پے اور مخروط کی جسامت $(۱۰ \times ۷) \div ۳ = ۲۳ \frac{۱}{۳}$ پے اور مجموعہ انکا $= ۴۷ \frac{۲}{۳}$ پے اور $۴۷ \frac{۲}{۳} \div ۴ = ۱۱$ پے

بھی قاعدہ ہے

اور جب گنا رہ قاعدہ ۱۰ پے ہو تو منشور مائل کی جسامت یہ ہے $(۱۰ \times ۷) \div ۳ = ۲۳ \frac{۱}{۳}$ پے اور اس مخروط کے
جز زیادہ کیا جاوے گا $(۱۰ \times ۷) \div ۳ = ۲۳ \frac{۱}{۳}$ پے اب پہلے میں ہی دوسرے کو تقریبی کر دو تو وہی حاصل ہوگا جو
پہلے حاصل ہوا تھا یعنی $(۱۰ \times ۷) \div ۳ = ۲۳ \frac{۱}{۳}$ پے

مثال ایک فائدہ کا ارتفاع ۷ پے اور پہلو اور طول اس کی نسبت یا قاعدہ کا ۱۰ پے اور عرض قاعدہ کا ۷ پے
اور طول گنا رہ کا ۱۰ پے جسامت دریافت کرو $(۱۰ \times ۷) \div ۳ = ۲۳ \frac{۱}{۳}$ پے اور $(۱۰ \times ۷) \div ۳ = ۲۳ \frac{۱}{۳}$ پے اور $۴۷ \frac{۲}{۳} \div ۴ = ۱۱$ پے

مثالیں مشق کی واسطی (۱۸)

(۱) ایک مجسم فائدہ کا قاعدہ ۲۱ انچہ لمبا اور ۱۱ انچہ چوڑا ہے اور کنارہ ۱۴ انچہ ہے اور ارتفاع ۱۴ انچہ
تو بتاؤ اسکی جسامت کیا ہوگی جواب ایک مکعب فیٹ کے قریب

(۲) ایک مجسم فائدہ کا قاعدہ ۱۲ فیٹ سے ۷ انچہ ہے اور کنارہ ۳ فیٹ ۹ انچہ اور بلندی ۱۰ انچہ
اسکی جسامت کیا ہے جواب ۵۴۵

(۳) قاعدہ ایک فائدہ کا ۱۰ و ۴۳ سے ۲۵ و ۷ ہے اور کنارہ اوسکا ۲۵ و ۵ ہے اور ارتفاع ۴
اسکی جسامت دریافت کرو جواب ۵۴۵ ۴۷۷

(۴) ارتفاع ایک فائدہ کا ۱۵ و ۳۳ انچہ ہے اور اوسکا قاعدہ ۲ فیٹ ۸ انچہ ہے اور اوسکا
کنارہ ۱۲ فیٹ ہے تو اسکی جسامت مکعب انچوں میں کیا ہے جواب ۵۴۵ ۴۷۷

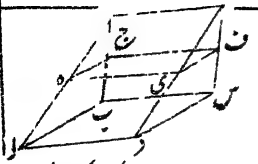
(۵) ایک فائدہ کا قاعدہ دو زلفہ ہر جسکی متوازی ضلع ۳۴ و ۲۴ ہیں اور ۱۴ ہیں اور ارتفاع
اس جسم کا ۱۵ ہے اور اوسکا کنارہ ۷ ہے تو اسکی جسامت کیا ہے جواب ۲۴۲۵

(۶) لوہے کی سڑک کی کھدائی ہو رہی ہے اور اسکی کھدائی کی صورت ایسی ہر جیسی نہیں کی شکل
ہوتی ہے ایک طرف اوسکی سطح ۵۴ فیٹ لمبا اور ۵ فیٹ چوڑا ہے اور دوسری طرف قاعدہ دو زلفہ
ہر جسکا بڑا ضلع متوازی ۱۰۴ ہے اور عرض اوسکا یا عمق ۱۸ فیٹ ہے تو کھدائی کی مقدار مکعب فٹ میں
بتلاؤ جواب ۱۲۷ ۱۴

(۷) جسامت ایک فائدہ کی ۲۳۸ مکعب انچہ ہے اور اوسکا کنارہ ۱۳ انچہ اور قاعدہ اوسکا
۱۴ انچہ سے ۳ انچہ ہے اور ارتفاع دریافت کرو جواب ۸ انچہ

(۸) ایک فائدہ کے ہر یک مثلثی سرے کا ارتفاع ۴ فیٹ ۹ انچہ ہے اور قاعدہ ۱۰ فیٹ ۱۰ انچہ
۳ فیٹ ۲ انچہ ہے اور کنارہ ۱۲ فیٹ ہے تو بتاؤ اسکی مکعب فٹ میں جواب ۴۴

(۹) فائدہ میں سے ایک چوٹا فائدہ قاعدہ کے سطح متوازی سے جدا کیا جاے تو جو جسم جدا کرے
کے باقی ہر گاہ اوسکو فائدہ ناقص کہتے ہیں



بچے کی شکون میں دیکھو تو اسکی صورت

مجھ میں ابونگی کردہ دہب کی شکل کا

ہوتا جو جسم ظاہری کہ دو قانون سے مرکب ہے دوسری شکل میں اسکی توضیح موجود ہے ایک کی پشت
یا قاعدہ ب د ہے اور کنارہ د سی ہے اور دوسرے کا قاعدہ سی ح ہے اور کنارہ ب س ہے دو جسموں کی
جسامت کا مجموعہ جسامت فائدہ ناقص کی ہوگی

فرض کرو کہ دوسری شکل میں ۱۰ د ہے اور ۱۰ ب ہے اور ۱۰ سی ہے اور ۱۰ ح ہے اور ارتفاع
ہر جسم کا ۱۴ ہے تو جسامت دو جسموں کی یہی ہوگی

$$۱۰ د ب سی کی ۱۴ = (۱۴ \times ۱۰) \times \frac{1}{2} \times (۱۲ + \frac{1}{2} \times ۴) = ۱۴۰$$

$$۱۰ س ح سی کی ۱۴ = (۱۴ \times ۱۰) \times \frac{1}{2} \times (۱۵ + ۴) = ۱۵۵$$

$$۱۴۸ = \text{مجموعہ جسامت فائدہ ناقص}$$

لیکن فائدہ ناقص کی بمائش تہائی سے اس قاعدہ سے دریافت ہوتی ہے کہ

قاعدہ

دو متوازی سروں کے رقبوں کے مجموعہ پر چوچند رقبہ فصل متوسط کا جو متوازی اس سروں کے ہوزادہ کرو
اور حاصل جمع کو ارتفاع کے ایک چوتھ حصہ میں ضرب دو اور اس بات کو بھی خوب خالین رکھو کہ متوازی
سروں کے طولوں کا نصف مجموعہ تو طول فصل متوسط کا ہے اور ان کے عرضوں کا نصف مجموعہ عرض
فصل متوسط کا ہے

یہ قاعدہ جبر مقابلہ کے طور پر طرح سے ثابت ہو سکتا ہے کہ دوسری شکل میں فرض کرو کہ ۱۰ د = م اور

۱۰ س = ع اور ۱۰ ح = ق اور ارتفاع کا نام ن رکھو تو چوچند رقبہ فصل متوسط کا (م + ع) (ن + ق)

یعنی (م + ع) × ن + (ع + م) × ق اس کا نام ن رکھو تو اب جسامت فائدہ دب سی کی

$$\frac{1}{2} (م + ع) \times ن + \frac{1}{2} (ع + م) \times ق = \text{یا دب سی}$$

$$\text{د س ح سی} = (م + ع) (ن + ق) \times \frac{1}{4} \times ن$$

اور حال جمع کا (۹۴ + ۴۰ + ۱۰) × ۱۲ فٹ ایکو جسامت فائدہ ناض کا کہتے ہیں

پہلی مثال ایک فائدہ ناقص کے قاعدہ ماتحت کا طول عرض ۱۴ اور ۱۵ اور قاعدہ بالاکا طول عرض ۱۲ اور ۱۳ ہے اور ارتفاع ۴ ہے جسے جسامت کا دریافت کرنا مطلوب ہے

طول ماد عرض فصل متوسط کے $\frac{1}{2} (4 + 12) = 8$ اور $\frac{1}{2} (12 + 13) = 12.5$ اور چند قبضات فصل متوسط کا

$12.5 \times 8 = 100$ ہے جس سے معلوم ہوا کہ $11.5 + 12.5 + 13.5 + 14.5 = 52$ اور $12.5 \times 8 = 100$ اور $12.5 \times 8 = 100$ ہے

دوسری مثال ایک کتبہ ۸۲۵ فٹ لمبا ہے اور سب جگہ ۳۲ فٹ چوڑا ہے

ایک کنارہ ۸ فٹ بلند ہے اور دوسرا کنارہ بتدریج بلند ہوتا ہوا ۱۹ فٹ ہے اور ان کناروں کے باس عرض ایک طرف ۴۴ فٹ اور دوسری طرف ۱۰۸ فٹ ہے تو بتاؤ اس کتبہ میں کسے

کعبہ گز میں باب یہاں کناروں پر قاعدے ذوقفقہ ہیں جن میں ہر ایک کے متوازی ضلع ۱۰ اور ۳۲ ہیں اور اول کا عمودی فاصلہ ۱۹ اور دوسرے کے متوازی ضلع ۴۴ اور ۳۲ ہیں اور ان میں

فاصلہ عمودی ۸ ہے اور اول کا عمودی فاصلہ ۱۹ اور دوسرے کے متوازی ضلع ۴۴ اور ۳۲ ہونگے اور عمود ۳۲

$\frac{1}{2} (108 + 32) \times 19 = 1330$ فٹ کے بہرہ وادینے سرے کا ہے

نیچے کے سرے کا
فصل متوسط کا چوتھہ
 $\frac{1}{2} (32 + 44) \times 8 = 288$
 $\frac{1}{2} (32 + 44) \times 24 = 864$
کعبہ فٹ = ۲۸۸۴ کے اور یہی جواب ہے

مثالیں مشق کی واسطی ۱۵

(۱) ایک برتن فائدہ ناقص کی شکل کا ہے اور اس کا اوپر طول اور عرض ۱۵ اور ۱۱ انچ ہیں اور نیچے ۱۰ اور ۷ انچ ہیں اور اونچ ۱۰ انچ ہے

۱۰ انچ گہرا ہے تو اس کا ظرف بتاؤ کہ کیا ہے جواب ۱۰۸۰ مکعب انچ

(۲) ایک فائدہ ناقص کا نیچے کا سر ایک مستطیل ہے اور ۴ انچ عرض اور ۲۵ انچ طول ہے اور اوپر کا سر

ایک مربع ہے اور اس کا ہر ایک ضلع ۳۳ انچ ہے اور ارتفاع ۵ فٹ ہے تو اس کی جسامت کیا ہوگی جواب ۱۱۵ مکعب فٹ

(۳) ۵۱ فٹ بلند ایک چوتراہ ایک چوتراہ مستطیل میں پر کرنا اگر طول میں اور ۵ گز عرض میں بنانا

منظر واد میں چاروں طرف کیساں سلامی رسی کہنی منظر واد کو اوپر چاکر ۱۸۲ فٹ گز عرض اور ۳۳ فٹ طول ہے

تو بناؤ ایسے جو تیرہ بنا نہیں کتنی مکعب گز مٹی چاہیو جواب ۳۳ ۱۸۴ گز
(۴) ایک غار ۸۵ فیٹ لینا ہے اور سب جگہ برابر عرض ۵۰ فیٹ کا ہے تیرا ۱۵ فیٹ گہرا ایک سرسری ہے
اور تیرا چار بڑے ٹیڑھے دوسرے بڑے ۲۰ فیٹ ہو گیا، اور ایک سرسری ابر کے طرف چوڑا ۱۰۸ فیٹ اور دوسرے بڑے
۱۱۰ فیٹ ہے تو بناؤ کے مکعب گز کہدای ہے جواب ۴۲۱۲ ۴

(۵) ایک فارفانہ انص کی شکل کا کہو داجانا، ۱۱۴ فیٹ گہرا اور اوپر کا سر ۲۲ فیٹ مربع ہے
نیچے کی تہ اوکی سسطیل ۴۳ فیٹ سے ۵۲ فیٹ ہو اور اس غار میں مٹی کا لکڑی پستہ فائے کی شکل کا بناؤ ہے
ایک طرف اوکی سسطیل افقی ہے ۲۴ فیٹ طول میں اور ۳۴ فیٹ عرض میں، اور قاعدہ اوکا دوزنہ ہے
جس کے متوازی خطوط ۳۴ اور ۴۸ فیٹ ہیں اور ۸ فیٹ کا عمودی فاصلہ ہے تو بناؤ اس کہدای ہے
کیا فیصدی مٹی کی جسامت بڑھتی ہے جواب ۱۰۰

(۱۰) پہلے ہم فضل بنجم دفعہ ۵ میں ذکر کر آئے ہیں کہ سطح متشابہ میں وہ نسبت ہوتی ہے جو اضلاع کے نظیر
کے مربعوں میں ہو اضلاع متشابہ میں وہ نسبت ہوتی ہے جو اونکے اضلاع نظیرہ کے مکعبوں میں
مثلاً دو کنڈی لکڑی کے متشابہ ہوں ایک انچہ لینا اور ۵ انچہ چوڑا اور ۱۴ انچہ موٹا اور دوسرا کنڈہ ۲۱ انچہ طول
اور ۱۵ انچہ عرض میں ۱۲ انچہ موٹائی میں تو اضلاع کی ٹری کنڈی کا ہر چند چھوٹی کنڈی کے ہر یک بند
ہے تو پہلے کی جسامت کو دوسرے کی جسامت سے وہ نسبت ہوگی جو ۲ سے ۱۲ یعنی جو اوپر ۲ سے
اور ہم امر ظاہر یہی ہے کہ جسامت چھوٹے کی ۱۴ × ۵ × ۱۲ اور جسامت بڑے کی ۲۱ × ۱۵ × ۱۲ اور انہیں
دوسرا ۳ × ۳ × ۳ گنا پہلے کی چھوٹی کی چھوٹی اس مثال سے یہ ہے کہ جسموں کی اگر جسامت نکالیں تو اس سے
صاف ظاہر ہو جائیگا کہ انہیں نسبت ایسی ہے جیسی کہ اضلاع کے مکعبوں میں نسبت ہے

اور علی ہذا القیاس اگر دو متشابہ مخروط ہوں جس کے قاعدہ مثلث ہوں اور ایک میں قاعدہ کے اضلاع ۲۵ اور ۳۰
۲۰ ہوں اور دوسرے مثلث کے اضلاع ۱۲۵ اور ۱۵۰ ہوں اور ارتفاع پہلے مخروط کا ۱۱ اور دوسرے
کا ۸۵ ہوں جو کہ دوسرے مخروط میں ضلع پچکنا دوسرے مخروط کے ہر یک ضلع نظیرہ سے ہے تو چھوٹے مخروط
کی جسامت کو بڑے مخروط کی جسامت سے وہ نسبت ہوگی جو ۱۱ کو ۸۵ سے یعنی جو انہیں نسبت ۱۲۵ سے ۱۵۰

کہ قاعدوں میں وہ نسبت ہو جو اسکے ضلعوں کے مربعوں میں یعنی اکو نسبت ہو دے سے جو سامتوں
میں یعنی قاعدہ اور تہائی ارتفاع کے صلیفوں میں وہ نسبت ہو جو اکو دے سے اب ثبوت بکافیا ہو
کہ قاعدہ ۴۸×۱۰۰ اور ۱۰۰ میں جنہیں نسبت وہ ہو جو اکو ہے ۲۵ سے اور جسم میں ۱۰۰×۱۱۷ اور
 ۸۵×۳۵۰۰ ہے جنہیں نسبت ایسی ہے جیسی کہ اکو ہے ۱۲۵ سے

پہلی مثال دو منشابہ مخروط میں جنکی جسمت ۱۱۷ اور ۳۸۴ مکعب انچ ہو اگر چہ مخروط کا ارتفاع
 ۴ ہو تو بڑے مخروط کا کیا ارتفاع ہوگا ۴۲ کو ۳۸۴ سے وہ نسبت ہو جو ۴ کے مکعب کے ارتفاع
مطلوبہ اور ۴۲ کو ۳۸۴ سے وہ نسبت ہو جو $(\frac{۴}{۴۲})^3$ کو ہو $(\frac{۴}{۴۲})^3 \times ۴۲ = ۲۷$ بہرہ مکعب ارتفاع مطلوبہ
اب جزو الکعب اگلا یا تو بہرہ حاصل ہوگا کہ $\frac{۲۷}{۴} = ۳$ انچ بہرہ ارتفاع مخروط کلان کا ہے
دوسری مثال دو منشابہ میں انہیں سے ایک کے قاعدہ کا مجموعہ ضلع ۱۰۰ ہے اور دوسرے کا مجموعہ ضلع
 ۱۷۴ ہے اونہی جسمتوں کی نسبت دریافت کرو

جسمتوں میں وہ نسبت ہو جو ۱۰۰ کے مکعب کے ۱۷۴ کے مکعب سے یا جیسے نسبت ۵۰ کو ۳ سے یا
نسبت تقریباً جیسے کہ اکو ہے ۲ سے

تیسری مثال ایک مخروط ناقص ۱۰ انچ بلند اور قاعدہ ماتحت ۷ انچ مربع اور قاعدہ مافوق ۴ انچ
مربع اور ایک سطح متوازی قاعدوں کے اوکی دور برابر ہو کر تہائی ہر ایک حصہ کیا ارتفاع ہے دفعہ کو
دیکھو دفعہ کی شکل کے دیکھئے معلوم ہوتا کہ ۱۴ انچ ارتفاع مخروط ناقص بزرگ اور ۴ انچ ارتفاع
کامل بقایا جسمت مخروط ناقص کی ۳۲۵ مکعب انچ ہے تو اس کا ہر ایک نصف ۱۶۲ ہوگا اور
اوپر کے نصف کو مخروط مقطوعہ کے ساتھ جو جسمت میں ۷۴ انچ مکعب ہے زیادہ کیا تو ۲۳۷
حاصل ہو اور یہ جسمت اس مخروط کی ہے جس کا قاعدہ وہ سطح ہو کہ مخروط ناقص کو دور برابر غنیمت
تقسیم کرتی ہے اور جس کا ارتفاع کل مخروط کے ارتفاع کی استقامت سے اس طرح دریافت ہو سکتا ہے
کہ $(\frac{۱۴}{۴})^3 \times ۳۲۵ = ۲۳۷$ سے وہ نسبت ہو جو مکعب ۲۴ کو ہے مکعب ارتفاع مخروط
جو نصف مخروط ناقص اور مخروط مقطوعہ برابر ہے اب جسمت میں وہ نسبت ہو جو ۸۴×۸۴ کو

۸۶۸ یا ۲۰۳۲ سے پس نسبت ۷ کو ۲۵۳۵ سے وہ نسبت ہو جو ۲۱۲ کو ۵۳۵ سے
 ۳۲ = ۲۰۶۵۸۷ بہ ارتفاع مخروط درمیانی کا ہر اب میں ۱۲ انفرق کئی کو باقی ۵۸۷۵۸۷
 بہ اور کہ نصف حصہ مخروط ناقص کا ارتفاع ہو پس باقی ۱۳۵۹۱۳۵۹۱۳۵۹ کے نصف حصہ ہو
 چوتھی مثال زمین برتن قائم الزاویہ منشا بہ میں اور ۳۳ و ۳۳ و ۳۳ فیٹ گہرے ہیں اور بزرگ برتن کا طرف
 ۲۳ لمب فیٹ زیادہ باقی دو برتنوں کے نصف مجموعہ طرف کے ہو نسبت چھوٹے برتن کا طرف دیکھو
 عمقون میں نسبت ۷ و ۷ کی ہر ہوا سطح برتنوں کے طرفوں میں نسبت ۲۱۴ و ۳۳۷۳ و ۵۱۲ کی ہے
 اور بڑے برتن کے طرف کو باقی دو برتنوں کے نصف طرف سے وہ نسبت ہو جو ۵۱۲ کو ۲۷۹ سے
 ۲۲۷ کو ہے ۵۵۹ سے یعنی طرف بزرگ برتن کا باقی دو برتنوں کے نصف طرف سے بقدر $\frac{۲۷۹}{۱۰۲۲}$
 حصے طرف کلان کے زیادہ ہے اور یہ مقدار ۲۳ لمب فیٹ ہو پس معلوم ہوا کہ ۲۷۹ : ۱۰۲۲ ::
 ۲۳ لمب فیٹ یا ۵۵۹ لمب فیٹ بہ بڑے برتن کا طرف ہو اور ۵۱۲ : ۵۱۲ :: ۵۱۲ : ۵۱۲ لمب فیٹ : ۲۱
 لمب فیٹ بہ نسبت چھوٹے برتن کا طرف ہے

پانچویں مثال اگر ایک فائدہ آہنی کا وزن ۱۳ سیر ہو اور اسکی صقل کرائی ۸۶ بائی ہو تو اسکی فائدہ
 فائدہ کی جسا وزن ۱۷ سیر کیا صقل کرائی ہوگی

جن جسم کی کثافت یکساں ہو تو ان میں یہی نسبت ہوتی ہے جو ان کے وزن میں آئے فائدہ اندازہ کی
 نسبت میں نسبت ۸۰ اور ۸۰ یا ۸۰ کی ہوگی پس یہاں سے معلوم ہوا کہ فائدہ اندازہ ان میں وہ نسبت ہوگی جو
 جزو الکعب ۸۰ میں نسبت ہو یعنی جو ۲ کو نسبت ہو ۱۷ یا ۲۱۲ کو ہے ۱۷۰۷ سے اور ان کے سطح
 میں وہ نسبت جو ان کے ارتفاع کے مربعوں میں اسلئے ان میں نسبت ایسی ہے جیسی کہ اوپر ۱۷۵ سے
 پس اسلئے صقل کرائی ۸۶ بائی ۱۷۵ = ۷۷۷۷۷۷ یا ۷۷۷۷۷۷ کے ہوگی

مثالین مشق کی وسطی (۲۰)

- (۱) ایک منشور قطبی کا عرض ۵۱۲، اوڑھے دو چند منشور کا کیا عرض ہوگا جواب ۱۸۵
- (۲) ایک سنگ مرمر کی لہر اور اس کا ایک متوازی ۸۰ پنجم ہے اور اس کے منشور دو سری لہر

اور اسکا وزن منظر فیٹ ہی تو بتاؤ دوسری سل کا وزن کتنی پہلی سل سے ہوگا

جواب ۵۹ ۵۳ ۵ گنا

(۳) ایک منشور کا کنارہ ۵ انچ ہے اور جسامت منشور کی ۵۲ مکعب انچ ہے تو اس کے منشور کی جسامت
۲۷ مکعب انچ ہی تو اس منشور کا کنارہ جو پہلے منشور کے کنارہ کے متماثل ہو گیا ہوگا جواب ۱۸۷ ۱۴۰
(۴) دو مخروط متساویہ ہیں اور انہیں نسبت ۱۱ : ۱۱ کی ہو اور ایک کا قاعدہ ۷ ۱/۲ انچ ہے تو دوسرے

کا قاعدہ کیا ہوگا جواب ۱۴۵۲۰۷ مربع

(۵) ایک فائز ناقص کا قاعدہ ۳۲ فیٹ مربع ہے اور جسامت اس کی ۱۵ مکعب فیٹ ہے
اور ایک فائز ناقص اس کا مشابہ ہے اور قاعدہ اس کا ۴۷ م فیٹ ہے اس کی جسامت دریافت کرو

جواب ۸۷ ۸۹ ۸۶ مکعب فیٹ

(۶) ایک شہتیرہ گز لنبا اور ایک گز چوڑا ہے اور وزن اس کا ۵۰۰ من ہے اور ایک درشتہتیر
اسی لکڑی کا اس کا مشابہ ہے اور ۱/۲ فیٹ چوڑا اور ۱/۲ فیٹ موٹا ہے تو اس کا کیا وزن ہوگا جواب ۱/۲ ۴۰۷

(۷) ایک مخروط ۱۷ فیٹ ارتفاع کا ہے اس کو ایک سطح متوازی قاعدہ کے دو برابر حصوں میں قطع کرتی
ہے تو بتاؤ اوپر کے حصہ مخروطی کا ارتفاع کیا ہوگا جواب ۱۱ ۱/۲ فیٹ

(۸) دو کندے لکڑی کے متساویہ ہیں اور اوکلی قیمت کا حساب لکھتے ہو کیا گیا ہے ایک کی قیمت

۲۲ ۱/۲ پائی اور ایک کندہ کی زنگوائی میں ۳۳ پائی اور دوسرے کی زنگوائی میں ۴۱ ۱/۲ پائی صرف

ہوئی ہیں اور زنگوائی فی گز مربع کے حساب سے دو تو تختوں میں کیا ہے تو دوسرے تختے کی قیمت کیا ہوگی جواب ۱۵۸۰ پائی

(۹) ایک چوکہ سنگ خارا کا سہ چند وزن میں ایک کوئلہ کے پتھر کے چوکہ سے ہو اور یہ کوئلہ کے

پتھر کا چوکہ ۱۷ انچ لنبا اور ۱۳ انچ چوڑا اور ۷ انچ موٹا اور وزن اس کا فی مکعب فیٹ ۵۰ سیر ہے

اور سنگ خارا کا ۲۱۰ سیر ہے تو بتاؤ سنگ خارا کے چوکہ کا کیا طول و عرض ہے

جواب ۲۱۶ ۹۲ و ۱۴۵ ۷۹ و ۱۴۵ ۲۱ ۱۹۶ انچ

(۱۰) ایک حوض منیہ کے پانی سے بھرنا ہوگا اور ۱۲ ۱/۲ فیٹ طول میں اور ۵ ۱/۲ عرض میں اور

عمق میں اور اس بارش کے بانی کا وزن ۳۱ لم سیر فی مکعب فٹ ہو تو بناؤ کتنا لنبا چوڑا
گہرا حوض اسی طرح کا بناویں کہ او میں سمندر کا بانی اوتنا ہی وزن میں سماو جتا پہلے حوض میں
بانی وزن میں تھا اور سمندر کے ۳۵ مکعب فٹ بانی کا وزن ۲۸ من ہے، جواب ۱۲۶ ۸۰۱۶
۵۲۰ ۴۶ ۴۰۶ ۴۵ ۴۴ ۴۳ فٹ

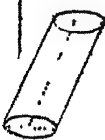
(۱۱) ایک لکڑی کی ایسی شکل ہے جیسی مخروط مربع ناقص کی ہوتی ہے اور وہ ۳۳ انچ لنبا ہی اور نیچے
قاعدہ کلان کا ہر ایک ضلع ۳۰ انچ ہے اور اوپر کے قاعدہ خود کا ہر ایک ضلع ۱۲ انچ ہے
تو پہلی طرف سے کتنا طول میں قطع کریں کہ ایک فٹ مکعب حجم لکڑی کا ہو جواب ۴۸ ۴۴ ۴۵
(۱۲) ایک مخروط ناقص کے قاعدے مثلث متساوی الاضلاع میں اور نیچے کے قاعدہ یا سرے
کا کنارہ ۱۴ فٹ ہو اور اوپر کے قاعدہ کا ایک کنارہ ۵ فٹ اور ارتفاع مخروط ناقص کا
۵ فٹ ہو ایک سطح متوازی قاعدہ کے مخروط ناقص کے ایسی دو حصہ کرتا ہے کہ پہلے حصہ
کو چھوٹے حصہ ایسی نسبت ہو جیسو کہ ۷ کو ہے ۲ سے تو بناؤ ہر ایک کا ارتفاع کیا ہو گا
جواب اوپر کے حصہ کا ۲۴ ۰۲ فٹ اور نیچے کا ۴۶ ۴۴ ۴۵ فٹ

(۱۳) ایک برتن ہو جس کا طول ۱۸ انچ گنا اوسکے عمق سے ہو اور اوس کا عرض ۱۴ انچ
طول کا ہے اور ۵۰۰ گیلن او میں شرایع ہو تو بناؤ اوس کا عمق کیا ہو جواب ۵۸ ۵۵ ۵۶ فٹ

فصل نہم

ایسے مجسمات جو دو یا چکر کر نیسے پیدا ہوتے ہیں جہاں گسترہ کھلاتے ہیں اس فصل میں افونکا ذکر ہے

(۱) اسطوانہ کی ایسی شکل ہوتی ہے جیسی نیم رول یا ڈھول کی شکل دیکھتے ہو اور وہ اس طرح



پیدا ہوتا ہے اسطوانہ کے ایک ضلع کو قائم کو سپر اوس اسطوانہ کو پورا چکر دیں

تو اسطوانہ پیدا ہووے گا اوس کو شایع بہت منشور سے خط انسا فرق ہو کہ اسطوانہ

میں دونوں سروں پر دائرہ ہوتے ہیں اور منشور میں ان کا شکل متساوی الاضلاع

یہ دونوں دائرے برابر ہوتے ہیں اور متوازی ہوتی ہیں اور ان کے محیط کو یا مجموعہ ضلع اسطوانہ

کے گردہ کے ہوتے ہیں

خط جو ایک دائرہ کے مرکز سے دوسرے دائرہ کے مرکز میں لایا جاے اور اس کو محور اسطوانہ یا سیم اسطوانہ کہتے ہیں درج بہ محور عمود قاعدہ پر ہوگا تو اس صورت میں اسطوانہ کو اسطوانہ قائم کہتے ہیں اور اگر عمود نہیں ہوتا تو اسطوانہ کو اسطوانہ مائل

اب ہم اسطوانہ کو ایک منشور ایسا سمجھ لیں کہ جس کا قاعدہ ایک سی کنیر الاضلاع ہو جس کی ضلعوں کی تعداد ۱۱ انہا ہو تو اس کی جسامت کے لئے وہی قاعدہ ہوگا جو منشور کی جسامت کے معلوم کرنے کا قاعدہ تھا یعنی قاعدہ اسطوانہ کی جسامت دریافت کرنے کا یہ ہے کہ ایک قاعدہ رقبہ کو ارتفاع عمودی میں کہ ما بین قاعدوں کے ہے ضرب دو حاصل ضرب جسامت ہوگی

انتباہ سطح مستدیر جو اسطوانہ کے گرد مائل ہے اس کا رقبہ سطح دریافت ہوگا کہ مجموعہ اضلاع یعنی محیط قاعدہ کو طول میں ضرب دو

پہلی مثال ایک اسطوانہ مستدیر کی جسامت دریافت کرو جس کا طول ۴۷ فٹ ہو اور اس کے قاعدہ قطر افیت ۹ انچہ

رقبہ قاعدہ $۵۸ \times ۴۷ = ۲۷۲۶$ اس کو $\frac{۱}{۲}$ میں ضرب دو تو حاصل ضرب ۵۸۲۳ مکعب فٹ جسامت ہوگی

(۲) ایک نل ہے اور اندر خالی ہے اور اسطوانہ کے شکل کا ہے اور اندر کی طرف کا قطر اس کا $\frac{۱}{۲}$ انچہ ہے اور ضخامت دہات کی $\frac{۱}{۲}$ انچہ ہے تو بناؤ اس کا وزن کیا ہوگا اگر ایک فٹ مربع ایک انچ موٹے دہات کا وزن $\frac{۱}{۲}$ سیر

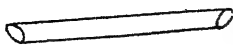
ظاہر ہے کہ قطر باہر کی طرف ۲ فٹ ہوگا پس اگر یہ اسطوانہ یعنی نل ہو تو اس کی ضخامت $۲ \times ۵۸ \times ۴۷ = ۵۸۲۳$ مکعب فٹ ہوگی لیکن یہاں اندر سے وہ خالی بقدر اس اسطوانہ کے ہے جس کی جسامت $۵۸۲۳ - ۵۸۲۳ = ۰$ مکعب فٹ کے ہی دونوں کو تفریق کیا تو

(۲ - ۱) $۵۸۲۳ - ۵۸۲۳ = ۰$ مکعب فٹ اور ۵۸۲۳ مکعب انچہ وزن میں

۳۹ $\frac{1}{2}$ سیر تو ۳۹ $\frac{1}{2}$ ۲۱۷۵۱۲۸ = ۱۲۸۵۲۱۷۵۱۲۸ سیر

تیسری مثال ایک حلقہ گول سر کی سلخ کا بنا ہوا، اس کے اندر کے محیط کا قطر ۲ فٹ ہے اور

نو ہے کی موٹائی ۹ انچ ہے تو بتاؤ اس کی جسامت کیا ہوگی



فرض کرو کہ اس حلقہ کی سیدھی سلخ بنائی تو ظاہر ہے کہ اس سلخ کی

جسامت اوس سطوانہ کی جسامت ہوگی جس کا طول اوسط حلقہ کے اندر اور باہر کے محیطوں کا اوسط

ان محیطوں کا یہ نصف مجموعہ محیطوں کا یعنی $\frac{1}{2} (3 + 2) \times 1714 = 1714 \times 2.5 = 4285$ فٹ بہر

محور ہوا حلقہ کا یا طول سطوانہ کا جو اوس حلقہ کے برابر ہے پس $(\frac{1}{2} \times 4285 \times 3.14159) = 6685$

= ۵۸۲ مکعب فٹ یہی جواب ہے

مثالین مشق کی وسطی (۲۱)

(۱) محور سطوانہ قائم کا ۱۹ فٹ اور قطر اس کے قاعدہ کا ۴ $\frac{1}{2}$ فٹ ہو تو اس کی جسامت اور سطح مستدیر اور سطح مستویہ او کی

دریافت کرو جواب ۴۳۰.۵۸۸ مکعب فٹ ہو اور سطح مستدیر ۴۹۷۴۸۷۵۴ فٹ

(۲) ایک سطوانہ قائم کا طول ۲۰ فٹ ہو اور اس کے قاعدہ کا محیط ۲ $\frac{1}{2}$ فٹ ہے جسامت او کی

دریافت کرو جواب ۱۷۱۷۸۷۸ مکعب فٹ

(۳) ایک سطوانہ کی جسامت اور سطح مستدیر دریافت کرو اس کے قاعدہ کا قطر ۵۵۳۵۳۵ انچ ہے

اور ارتفاع او کا ۷۳۵۳۵ انچ ہے جواب جسامت ۱۳۴۲۵۱۳۴ مکعب انچ اور سطح مستدیر

۳۵۲۵۱۳۴ انچ مربع

(۴) ایک ستون شکل سطوانہ ہے اور وہ ۱۳ $\frac{1}{2}$ فٹ بلند اور ۴ فٹ ۸ انچ محیط میں ہے

تو اس کی جسامت دریافت کرو اور بتاؤ ایسے ۱۸ ستونوں کی سفیدی کرائی میں بحال

۴ پائی فی گز مربع کے حساب کیا لاگت لگی جواب ۳۳۵۴۳۳۵۴ مکعب فٹ اور ٹھکر روپیہ ۴۷۴ پائی

(۵) ایک گولہ کا قطر ۱۲ $\frac{1}{2}$ فٹ ہے اور اس کا دل ۸ $\frac{1}{2}$ فٹ ہے تو بتاؤ ایسے

ایک گز بل میں کس قدر لوہا ہوگا جواب ۱۱۵۰۵۳۱۸ مکعب انچ

(۶) ایک اسطوانہ قائم ۱۱ سیم فیٹ طول میں ہے، اور ۱۰ سیم مکعبی حساب میں ہے، اس کے قاعدہ کا قطر دریافت کرو جواب ۱۸ انچ

(۷) جسم ایک اسطوانہ قائم کی ۷ سیم مکعبی ہو اور محیط اس کے قاعدہ کا ۶ سیم فیٹ ہے اس کے محور دریافت کرو جواب ۵.۰۷۰۷۰۷ سیم فیٹ

(۸) ایک مکعبی پیل میں گول تار ۱۲ انچ قطر کا بچا گیا ہے تو بتاؤ طول سن تار کا کیا ہوگا اگر یہ بات مان لیا جاوے کہ اس تار کی بن میں ۱۱ کچھ ضائع نہیں ہوا جواب ۴۴۴ گز ۲۱ سیم کے قریب

(۹) ایک مکعب فیٹ بانی کا وزن ۱۰۰۰ پونڈ ہوگا، اور سونا بانی سے ۹ گنا زیادہ دزنی ہوتا ہے تو بتاؤ کس قدر لونا ایک سونیکا تار جبکہ قطر تین سہواں حصہ ایک انچ کا ۱۲ ایک اونس میں کتنا ہوگا

جواب ۱۶۷۹ سیم فیٹ

(۱۰) ایک اسطوانہ کی شکل کل برتن ۱۸ انچ عمیق اور ۱۶ انچ قطر میں ہے، تو ایک او طرف ۳ سیم فیٹ گہری کا کیا قطر کہا جاوے کہ اس میں بانی دو گنا پہلے برتن سے سماوے جواب ۸۷۳۳۷۲ انچ

(۱۱) میں متشابه پہلے میں چکر طول ۳ دھ ۵ دھ ۹ ہیں اور پہلے اسطوانہ کے قاعدہ کا محیط ۷ سیم انچ ہے اور چھ دوسرے اسطوانہ کی ۷۹ سیم مکعبی یہ نسبت اول کے زیادہ ہے تو بتاؤ سطح مستدیر

دوسرے اسطوانہ کی تیسرے اسطوانہ کے سطح مستدیر سے کس قدر زیادہ ہے جواب ۹۵۹ مربع انچ

(۱۲) ایک حلقہ اسطوانہ کی موٹائی ۷۵ انچ ہے اور اس کی مساب ۱۰۱۴ سیم مکعبی فیٹ ہے تو بتاؤ اس کی اندر اور باہر کے قطر کیا ہیں جواب ۱۳۵۸ اور ۲۵۵۵ انچ

(۱۳) اگر لوہے کا وزن فی مکعب انچ ۲ سیم اونس ہو اور اس کا ایک نل اسطوانہ کی شکل کا ہو اور اس کا سوراخ ۳ سیم انچ ہو اور دل لوہے کا ۱۱ انچ اور اندر کی سطح مستدیر ۸۹ سیم مربع

انچہ نسبت باہر کے سطح مستدیر کے زیادہ ہو تو بتاؤ اس کا وزن کیا ہوگا جواب ۱۸۵۷ پونڈ

(۱۴) مخروط مستدیر وہ جسم ہے جس کا قاعدہ دائرہ ہو اور وہ اوپر کو گادوم اوٹھا ہوا ایک نقطہ ختم ہو جاوے جیسا کہ سرویا صنوبر ہوگا اس نقطہ کو اس کے میں چھبیم پیدا اس طرح ہوگا کہ ایک مثلث

قائم الزاویہ کے ایک ضلع عمودی کو قائم رکھ کر مثلث کو یکجہ دینے اس کے بعد مخروط مستدیر پیدا ہو جائیگا اور جیسے کہ اسطوانہ کو منشور مضلع سے ایک نسبت تھی اسی طرح اس مخروط مستدیر کو مخروط مضلع کے ساتھ مماثلت ہے اس سبب سے اس کی جسامت دریافت کر نیکابہ قاعدہ کے

قاعدہ



رقبہ قاعدہ کو تہائی ارتفاع میں ضرب دو حاصل ضرب جسامت مخروط مستدیر ہوگی اور مخروط مستدیر ناقص کی جسامت دریافت کر نیکابہ قاعدہ ہے

قاعدہ

دونوں اوپر کے قاعدوں کے رقبوں پر اون رقبوں کے حاصل ضرب کا جزر زیادہ کرو اور حاصل کو تہائی ارتفاع میں ضرب دو حاصل ضرب جسامت مستدیر ناقص کی ہوگی

انتباہ اول قاعدہ دوم کو مافی جبل ہو تو رقبہ ۸۵۴ کو دو دفعہ کام میں لے لای ضرورت نہیں ہے تو نیز اس کی مثال دوم سے دیکھو اور سمجھو

انتباہ دوم مخروط مستدیر قائم کی سطح مستدیر حاصل ضرب محیط قاعدہ اور نصف ارتفاع مائل کی ہوئی ہے پہلی مثال ایک مخروط مستدیر قائم کا قطر ۱۶ انچ ہے اور ارتفاع ۱۲ انچ ہے تو اس کی سطح مستدیر

$$\text{رقبہ قاعدہ} = 56852 \times 44 = 3525544 \text{ م انچہ کے اور}$$

$$\text{جسامت} = 3525544 \div 4 \times 1628 = 1434518 \text{ مکعب فیٹ کے یہ ایک بات کا جواب ہے}$$

$$\text{دوسرے ارتفاع مائل} = 26335 + 26 = 26361 \text{ انچہ کے اور}$$

$$\text{سطح مستدیر} = \frac{1}{2} \times 26361 \times (44 \times 36114) = 122 \div 26361 \times 44 = 31274 \text{ مربع فیٹ کے}$$

دوسری مثال ایک مخروط مستدیر ناقص کے قاعدوں کے قطر ۱۵۳ اور ۱۶ انچ ہیں اور ان کا ارتفاع ۶ انچ ہے

اول جسامت اس کی دریافت کرو

$$(53 + 44 \times 53 + 44) \times 12 \div 4 = 984 \text{ کوفیٹ یہی جواب ہے}$$

مثالیں مشق کی واسطی (۲۲)

(۱) ایک مخروط مستدیر کی جسامت اور اس کی سطح مستدیر تا قطر اس کی قاعدہ کا $\frac{1}{2}$ فیٹ ہے اور ارتفاع

۱۲ فیٹ جواب ۹۵۷۳۵ مکعب فیٹ جسامت اور ۷۷۳۷۷ مربع فیٹ

(۲) ایک مخروط مستدیر قائم کی جسامت دریافت کرو محیط قاعدہ کا ۲ فیٹ ۳ انچ ہے اور ارتفاع

مائل ۸ فیٹ ۴ انچ ہے جواب ۱۱۸ مکعب فیٹ

(۳) ایک مخروط مستدیر ناقص کی جسامت بناؤ اس کے اوپر کے قاعدہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہے اور نیچے کے

قاعدہ کا ۲ فیٹ ہے اور ارتفاع ۱۰ فیٹ ہے جواب ۱۸۵۳۲۷ مکعب

(۴) ایک مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع ۱۷ انچ ہے اور اس کا قاعدہ ۷ انچ محیط میں ہے تو بناؤ

اس کی جسامت اور سطح مستدیر کیا ہو جواب جسامت ۲۷۷۳۷ مکعب انچ اور رقبہ سطح مستدیر ۸۳۷۷۷

(۵) ایک مخروط مستدیر ناقص کی شکل کیا ہو اور اس کی اوپر کا قطر ۱۲ انچ ہے اور نیچے کا قطر ۱۷ انچ اور

۴۰ انچ عمیق ہے تو بناؤ کے گیلن اوہمن شراب آویگی جواب ۲۱۷۹۹

(۶) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل بناؤ جس کی جسامت ۱۸۷۷۷ مکعب فیٹ ہے اور ارتفاع

۷۷۷۷ فیٹ ہے جواب ۲۵ فیٹ

(۷) ایک مخروط مستدیر ۵ فیٹ بلند کی جسامت ۲۹ مکعب فیٹ ہے اور اس کی سطح مستدیر

۷۷۷۷ فیٹ بلند کی جسامت دریافت کرو جواب ۵۷۲۵ مکعب فیٹ

(۸) ایک مخروط مستدیر کے قاعدہ کا قطر ۱۰ ہے اور وہ ایک سطح سے جو قاعدہ کے موازی ہے

دو برابر حصوں میں تقسیم ہوا تو قطر سطح قاطع کا تبادلوں جواب ۷۷۷۷

(۹) ایک گلاس مخروط مستدیر ناقص کی شکل کیا ہے اور اس کے اوپر نیچے کے قطر ۱۷ و ۳۰ انچ ہیں

اور ۷ انچ گہرا ہے اور وہ پانی سے بھرا ہوا رکھا ہے اوہمن سے ایک شخص نے اس قدر پانی بیا جقدر

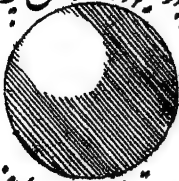
کہ بچے ہوئے پانی کے $\frac{1}{4}$ حصے میں تو بناؤ پانی کس قدر باقی رہا جواب ۸۵ و ۱۰ اینٹ

(۱۰) ایک گلاس مخروط مستدیر ناقص کی شکل کیا ہے اور ۱۵ انچ گہرا ہے اور اوپر اور نیچے کے قطر ۱۷ اور ۳۰

ہیں اور اوہمن پانی بہرہ میں آدھونے اوہمن پانی برابر بیا تو بناؤ ہر کتنے کتنے گہرا پانی بیا

جواب اول نے ۱۵۳۷۸ دوم نے ۱۵۴۱۸ اور سوم نے ۲۵۰۰۴۰۰۲۰

(۳) کرہ ایک گول جسم ہوگا، جیسے گیند اور گولی اور اس کے اندر ایک نقطہ ہوتا ہے جسے تمام نقطے کرہ کے سطح مستدیر پر برابر فاصلہ پر ہوں گے اور اس نقطہ کو مرکز کرہ کہتے ہیں وہ پیدا سطح ہوتا ہے کہ نصف دائرہ کے قطر کو قائم رکھ کر اسے نصف دائرہ کو پورا کر دے۔ تو اس حکم سے کرہ پیدا ہو جاوے گا یہ کرہ دو تہائی اس سطح کو ان کا ہونا ہو گا اور بنایا جاوے گا۔



دائرہ عظیمہ وہ دائرہ ہے جس کا مرکز وہی ہو جو کرہ کا مرکز ہو

یہ ہندسہ میں ثابت ہوا کہ سطح مستدیر کرہ کی برابر ہوتی ہے صلیب قطر اور محیط دائرہ عظیم کے یعنی برابر ہوتی ہے قطر کے مربع اور ۱۴۱۷۳ کے صلیب کے پس اس سطح سے سطح مستدیر کرہ کی برابر ہوگی سطح مستدیر سطح کو ان کی جو کرہ کے اوپر بنایا جاوے گا

کرہ کو یوں سمجھو کہ وہ لانتہا مضلع مخروطوں سے مرکب ہوتا ہے، ان مخروطوں کے قاعدے تو مکمل سطح مستدیر کرہ بناتے ہیں اور ارتفاع ہر ایک کا نصف قطر کرہ کا ہو اور جسامت ہر ایک مخروط کی حاصل ضرب بقیہ قاعدہ اور تہائی ارتفاع کی ہی پس اسے معلوم ہوا کہ جسامت کرہ کی کیا ہوگی سطح مستدیر کو نصف قطر کی تہائی میں یا قطر کی چھٹے حصے میں ضرب دو اور پہلی بیان کر آئے ہیں کہ سطح مستدیر کرہ کی حاصل ضرب قطر کے مربع اور ۱۴۱۷۳ کا ہو پس اسے نتیجہ نکلتا ہے کہ جسامت کرہ کی حاصل ضرب قطر کے چھٹے حصہ اور قطر کے مربع اور ۱۴۱۷۳ کا ہی تو اسی بقاعدہ جسامت کرہ کے دریا کرنا مستنبط ہوا کہ

قاعدہ

قطر کے مکعب کو ۱۴۱۷۳ کے چھٹے حصے یعنی ۵۲۳۷۷ میں ضرب دو حاصل ضرب جسامت کرہ کی ہوگی اعتبار جہاں بڑی مضروب کو ۵۲۳۷۷ میں ضرب دی جائے تو اس کے یہ اجزاء ضربی کر دے
 $۱۴۱۷۳ + ۱۲ + ۱۳ + ۱۴ + ۱۵ + ۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + ۱۹ + ۲۰ + ۲۱ + ۲۲ + ۲۳ + ۲۴ + ۲۵ + ۲۶ + ۲۷ + ۲۸ + ۲۹ + ۳۰ + ۳۱ + ۳۲ + ۳۳ + ۳۴ + ۳۵ + ۳۶ + ۳۷ + ۳۸ + ۳۹ + ۴۰ + ۴۱ + ۴۲ + ۴۳ + ۴۴ + ۴۵ + ۴۶ + ۴۷ + ۴۸ + ۴۹ + ۵۰ + ۵۱ + ۵۲ + ۵۳ + ۵۴ + ۵۵ + ۵۶ + ۵۷ + ۵۸ + ۵۹ + ۶۰ + ۶۱ + ۶۲ + ۶۳ + ۶۴ + ۶۵ + ۶۶ + ۶۷ + ۶۸ + ۶۹ + ۷۰ + ۷۱ + ۷۲ + ۷۳ + ۷۴ + ۷۵ + ۷۶ + ۷۷ + ۷۸ + ۷۹ + ۸۰ + ۸۱ + ۸۲ + ۸۳ + ۸۴ + ۸۵ + ۸۶ + ۸۷ + ۸۸ + ۸۹ + ۹۰ + ۹۱ + ۹۲ + ۹۳ + ۹۴ + ۹۵ + ۹۶ + ۹۷ + ۹۸ + ۹۹ + ۱۰۰$

سے سب چند ہے

پہلی مثال ایک کرہ کا قطر ۱۵۰۰ ہے اس کی جسامت دریاقت کر دے

$$9226.4 = 9581$$

$$5234 = 3644.4$$

$$3 \times 11328912 = 33986736$$

$$3 \times 11328912 = 33986736$$

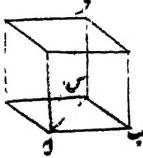
$$4263181934$$

دوسری مثال ایک کرہ کی جسامت 4263181934 مکعب انچہ ہے تو اس کا قطر کیا ہوگا

مکعب قطر کا = 41401.4 = 5234.4 اور جزو المكعب ہر ایک 4263181934 ہے جواب ہے

تیسری مثال ایک کرہ میں مکعب بنایا گیا ہے اور اس کا کنارہ

11 فیٹ ہے تو قطر اور سطح مستدیر کرہ دریافت کرو اب اور بس



میں ہر ایک 11 فیٹ ہے اب + ب = 22 اور 11 + س = 22

= 343 = 7 ذہن مربع قطر مکعب ہے اور جو قطر مکعب کی ہر وہی قطر کرہ کا ہے اس لئے

سطح مستدیر کرہ کی = 343 = 314159265359

یہ ایک جواب ہوا اور 343 = 525.5 فیٹ یہ قطر کرہ ہے یہ دوسری بات کا جواب ہے

مشالین مشق کی سطحی ۲۴

(۱) ایک کرہ کا قطر ۲۵ ہے اس کی جسامت کیا ہوگی جواب ۴۷۴۷

(۲) ایک کرہ کا نصف قطر ۷ ۱/۲ انچہ ہے اس کی جسامت بتاؤ کے مکعب گز ہے

جواب ۵۰۲۵۰۸ مکعب گز

(۳) ایک کرہ کا محیط ۵۷ فیٹ ہے اس کی سطح مستدیر اور جسامت کیا ہوگی

جواب سطح مستدیر ۹۲۸۵۱۹۲ مربع فیٹ اور جسامت ۲۴۵۹۵.۴ مکعب فیٹ

(۴) جس کرہ کی جسامت ۲۹۲۷ مکعب گز ہے تو اس کی جسامت کیا ہوگی

جواب ۱۱۳۶۲۱ گز

(۵) ایک کرہ کی سطح مستدیر ۱۰۰ مربع انچ ہے اس کا قطر دریافت کرو جواب ۱۷۶۸۸۱ انچہ

MANUAL OF
ARITHMETIC

BY

THE REV. JOSEPH A. GALBRAITH, M. A.

FELLOW OF TRINITY COLLEGE,

AND ERASMUS SMITH'S PROFESSOR OF NATURAL
AND EXPERIMENTAL PHILOSOPHY IN THE
UNIVERSITY OF DUBLIN

TRANSLATED INTO URDU,

BY

MUNSHI MAHAMMAD ZAKA ULLAH,

HEAD MASTER, NORMAL SCHOOL, DILLI

IN FURTHERANCE OF THE OBJECTS OF THE SCIENTIFIC
SOCIETIES OF ALLYPURH AND SUBA BEHAR

رسالہ علم حساب

مؤلفہ

رہبرند حورف اے گل سریندہ صاحب اہم اے
فلو آف ٹرینیٹی کالج و پروفیسر نیچرل اور اکسپیریمینٹل فلاسفی
یونیورسٹی مقام دہلی

چسکو

مانشی محمد ذکاء اللہ صاحب ہدیت ماسٹر نارمل اسکول دہلی
نے

بتائید مقاصد

سین ٹیکنک سوسائٹی علیحدہ و سب ٹیکنک سوسائٹی صوبہ بہار
اردو میں ترجمہ کیا

اور

بمقام دہلی مطبع مرتضوی میں باہتمام حاجی محمد عزیز الدین
کے مطبوع ہوا

سنہ ۱۸۷۱ ع ۵

کتابیں مصلحت دہل موجود ہیں جس کو خرید کر منظور الہ آباد میں کریمی پور میں بھیج دیں

نمبر	نام کتاب	قیمت فی جلد	محصول	نمبر	نام کتاب	قیمت فی جلد	محصول
۱	منتہی الحجاب اول	۸	۲	۱۷	نتائج فلیڈس مقالہ اول دوم	۸	۲
۲	حصہ دوم	۸	۲	۱۸	باطن گلبرہ کا علم منت	۱۲	۱
۳	حصہ سوم	۵	۱	۱۹	ٹوڈ ہنٹر کا علم منت	۴	۲
۴	گلبرہ کا رسالہ احباب	۱۲	۳	۲۰	بڑا علم منت	۴	۳
۵	بڑا دھمتہ کی حساب کی کتاب	۱۲	۳	۲۱	علم منت کروی	۱۲	۲
۶	گلبرہ کا رسالہ مقابلہ	۸	۲	۲۲	حل سوال علم منت	۴	۱
۷	ٹوڈ ہنٹر کا چھوٹا جبر مقابلہ	۱۲	۳	۲۳	ٹوڈ ہنٹر کا علم احباب جزئیات	۸	۳
۸	بڑا جبر مقابلہ	۸	۵	۲۴	علم احباب اظہات	۸	۳
۹	ٹوڈ ہنٹر کا رسالہ معادلات	۴	۳	۲۵	رسالہ ہندسہ بالجبر	۸	۳
۱۰	بڑا دھمتہ کا جبر مقابلہ	۴	۳	۲۶	ہندسہ کا علم احباب جزئیات	۴	۱
۱۱	رسالہ حرز یابی و کمی کا سرچر	۴	۲	کتابیں جو محض مطالعہ میں ہیں			
۱۲	رسالہ حجت جان ہنٹر	۴	۱	۲۷	شرح ٹوڈ ہنٹر کے چھوٹے جبر مقابلہ کے	۸	۲
۱۳	رسالہ حجت ٹوڈ ہنٹر	۱۲	۳	۲۸	سوالات مساحت	۴	۱
۱۴	پورٹ تحریر فلیڈس کے اول حلقہ	۱۲	۳	۲۹	زبانہ حساب	۴	۱
۱۵	اخترچہ مقالہ	۱۲	۳	۳۰	نتائج فلیڈس مقالہ پنجم و ششم وغیرہ	۴	۳
۱۶	گلبرہ کا رسالہ مقابلہ	۸	۲	۳۱	نتائج فلیڈس مقالہ سوم چہارم	۴	۳